Jemný úvod do špeciálnej teórie relativity

Špeciálna teória relativity je určite jedným z najväčších intelektuálnych výtvorov v dejinách ľudstva. Hoci uplynulo viac ako 100 rokov od jej objavu a dostala sa už aj do stredoškolských učebníc, stále fascinuje vedcov aj amatérskych nadšencov.

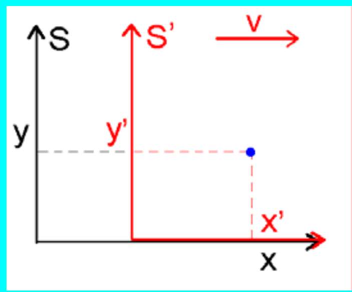
V článku *Prečo práve relativita* sme sa venovali histórii ŠTR. Ukázali sme, že táto teória sa neobjavila zrazu, ako zázračné dielo Alberta Einsteina, ale predchádzal jej viac ročný vývoj, ktorý vyvrcholil spomínaným Einsteinovým článkom v roku 1905. Mnohé výsledky ŠTR boli odvodené predtým Lorentzom, FitzGeraldom, Poincarém a inými. To však neznižuje Einsteinove zásluhy. Ako prvý mal totiž odvahu prijať to, čo sa núkalo už jeho kolegom a vytvoril úplne novú teóriu priestoru a času búrajúcu všetky dovtedajšie predstavy. Bol to prvý výstražný signál, že používanie "zdravého rozumu" a intuície v prírode má svoje hranice. A asi aj to je jeden z dôvodov, prečo ŠTR ľudí zajíma.

Einsteinova cesta

Einsteinov prínos k riešeniu fyzikálnych problémov na konci 19. storočia spočíval v tom, že sa dokázal pozrieť na už odvodené výsledky z nového uhla pohľadu. Nebál sa opustiť dovtedajšie predstavy o svete. Dva výsledky, ku ktorým sa dopracovali viacerí fyzici pred ním, si Einstein zvolil za základné postuláty (východiská) svojej teórie. Prvý postulát hovorí, že **všetky inerciálne systémy sú úplne rovnocenné a pre formuláciu fyzikálnych zákonov úplne ekvivalentné**. Inými slovami je to požiadavka, aby tvar fyzikálnych zákonov bol vo všetkých inerciálnych sústavách rovnaký. Žiadnym druhom fyzikálnych experimentov v rámci danej inerciálnej sústavy nie je potom možné určiť jej pohybový stav. Tento kľúčový postulát sa nazýva Einsteinov princíp relativity. Za druhý postulát si Einstein zvolil princíp konštantnej rýchlosti svetla, ktorý hovorí, že **rýchlosť šírenia sa svetla je vo všetkých inerciálnych sústavách rovnaká**.

Pomocou druhého postulátu Einstein odvodil transformačné rovnice medzi dvoma inerciálnymi sústavami - Lorentzove transformácie (LT). Tie nahradili Galileiho transformácie, platné v Newtonovej mechanike. Spomenuli sme, že ako prvý LT odvodil už Lorentz. Ten sa k nim ale dostal podstatne zložitejšou cestou. LT sú základné vzťahy ŠTR. V ďalších krokoch už Einstein nemusel urobiť nič viac, ako nerozporne aplikovať tieto transformácie na realitu a nebáť sa výsledkov. Táto jednoduchosť a elegancia novej teórie boli pre samotného Einsteina veľmi dôležité. O jej správnosti ho presvedčili viac, ako jej schopnosť vysvetliť najrôznejšie experimenty, ktorým v svojom prvom článku nevenoval prílišnú pozornosť.

Lorentzove transformácie[1]



Predstavme si sústavu *S*', ktorá sa pohybuje voči inerciálnej sústave *S* rýchlosťou *v* v kladnom smere osi *x*. Podľa ŠTR platia medzi súradnicami v týchto sústavách vzájomné transformačné vzťahy (LT)

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y \qquad y = y'$$

$$z' = z \qquad z = z'$$

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Pričom nečiarkované súradnice x a t platia v sústave *S*, čiarkované x' a t' v sústave *S*' a c je rýchlosť svetla. V prípade, že je rýchlosť svetla c omnoho väčšia ako v, je zlomok v^2/c^2 veľmi malý (takmer nulový) a môžeme ho zanedbať. LT takto prejdú na obyčajné Galileiho transformácie. To je aj dôvod, prečo nepozorujeme efekty ŠTR pri bežných rýchlostiach. Pre prípad nadsvetelných rýchlostí $v > c$, strácajú LT zmysel. Pod odmocninou totiž dostaneme záporné číslo.

Časť relativistických výsledkov sa dá teda odvodiť len priamym použitím LT. K ďalším vzťahom sa možno dopracovať pomocou Einsteinovho princípu relativity. Jeho matematickým vyjadrením je požiadavka, aby všetky fyzikálne zákony boli invariantné voči LT. Tak je potom zabezpečený ich rovnaký tvar vo všetkých inerciálnych sústavách. Napríklad Maxwellove rovnice, popisujúce elektromagnetické pole, sú invariantné voči LT. Pôvodne totiž bola LT odvodená práve pomocou Maxwellových rovníc. Takže

[1] Aby čitatelia, ktorí príliš neholdujú matematike, neboli zbytočne vystrašení, matematické doplnky boli umiestnené do farebných "chlievikov". Článok by mal byť čitateľný aj bez nich.

tieto rovnice už spĺňajú princíp relativity. Ale iné vtedy známe zákony, najmä Newtonove zákony mechaniky, nevyhovovali LT. Ich tvar sa musel pozmeniť. Viedlo to k mnohým prevratným výsledkom (napr. ekvivalencia hmoty a energie, zvyšovanie hmotnosti pohybujúcich sa telies...).

Relatívnosť súčasnosti

Einsteinova ŠTR odhalila úplne nové vlastnosti priestoru a času. Čas prestal byť považovaný za absolútne plynúci, bez ohľadu na hmotu a jej pohybový stav, ako to bolo v Newtonovej mechanike. Namiesto toho LT ukázali, že je "pomiešaný" s troma priestorovými súradnicami a vytvára štvorrozmerný časopriestor. Toto pomiešanie vedie ku zvláštnym efektom. Jedným z nich je fakt, že pojem súčasnosti dvoch udalostí, tak ako ho vnímame my, stráca zmysel. Ak dve udalosti, ktoré nastali v rôznych bodoch priestoru, sú pre jedného pozorovateľa súčasné, dá sa nájsť iný, pohybujúci sa, pozorovateľ a pre neho už súčasné nie sú. Ukázať to možno jednoduchým myšlienkovým experimentom.

Predstavme si dve veľmi dlhé rakety. Jedna z nich obrovskou rýchlosťou obieha druhú. Pritom v strede rýchlej rakety je silný zdroj svetla, ktorý zasvieti v okamžiku, keď sa rakety dostanú na rovnakú úroveň (obr. 1). Pozorovateľ C stojaci v strede obiehanej rakety bude vidieť, ako sa z miesta záblesku šíri guľová svetelná vlna. Pritom pozorovateľ B sa bude od miesta záblesku vzďaľovať a pozorovateľ A sa k nemu bude približovať. Pozorovateľovi C sa preto zdá úplne prirodzené, že pozorovateľ A bude prvým, ku ktorému dorazí svetelná vlna (obr. 2). Až potom ju zaregistruje pozorovateľ B. Pozorovatelia A a B na pohybujúcej rakete to však budú vnímať inak. Svetelný záblesk vyšiel zo stredu ich rakety. Keďže rýchlosť svetla nezávisí na rýchlosti rakety a oni majú od zdroja svetla rovnakú vzdialenosť, dorazí k nim záblesk v rovnakom čase (obr. 3). Pozorovatelia A a B teda zaregistrujú svetelný záblesk súčasne. Pozorovateľ C však bude tvrdiť, že registrácia záblesku pozorovateľmi A a B súčasná nebola. Keďže všetci traja sa nachádzajú v inerciálnych sústavách, nie je možné rozhodnúť, ktorý z nich má pravdu. Jednoducho každý má svoju pravdu a ukazuje sa, že pojem súčasnosti nie je dobre zadefinovaným pojmom. My sa však stretávame bežne len s rýchlosťami podstatne menšími ako je rýchlosť svetla a tak nám nevadí, že používame zlý pojem. Pri malých rýchlostiach je totiž odchýlka od starého Newtonovho popisu zanedbateľne malá (dokážu ju merať len najpresnejšie laboratórne prístroje).

Relatívnosť súčasnosti

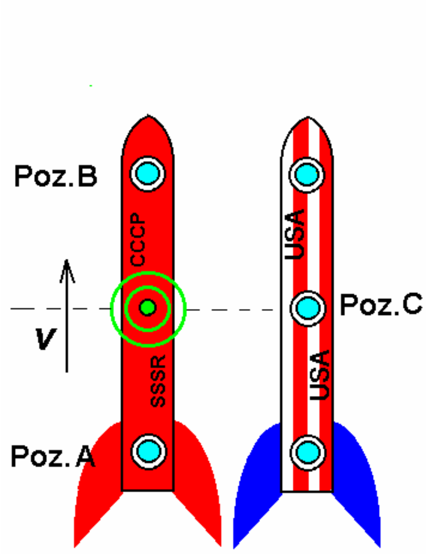
Nech v pohybujúcej sa sústave S', nastanú dve udalosti v rovnakom čase t' v dvoch rôznych bodoch x'_1 a x'_2. Hovoríme, že v sústave S' sú tieto udalosti súčasné ($\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0$) a nesúmiestne ($\Delta x' = x'_2 - x'_1 \neq 0$). Použitím LT určíme, kedy nastanú tieto dve udalosti pre pozorovateľa v sústave S, voči ktorému sa sústava S' pohybuje. Dostaneme

$$t_1 = \gamma\left[t' + vx_1'/c^2\right] \text{ a } t_2 = \gamma\left[t' + vx_2'/c^2\right].$$

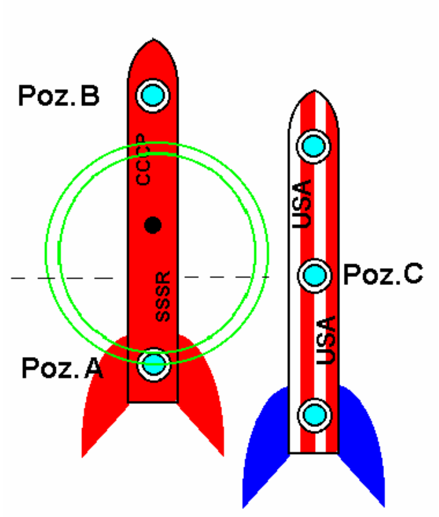
Pričom pre zjednodušenie zápisu používame vzťah $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Tieto dve udalosti sú z pohľadu pozorovateľa v sústave S oddelené časovým intervalom $\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma v(x'_2 - x'_1)/c^2 \neq 0$. Je teda jasné, že pozorovateľovi v S sa tieto dve udalosti nebudú zdať súčasné. Súčasné by boli len za predpokladu, že by boli aj súmiestne, čiže v sústave S' by sa odohrali na tom istom mieste. Vidíme, že pojem súčasnosti stráca pre nesúmiestne udalosti zmysel.

Pri tomto uvažovaní sa dá ísť ešte ďalej. Môžeme dokonca zamieňať poradie udalostí. Takže ak v jednej sústave sa odohrajú udalosti v poradí prvá, druhá. V inej, dostatočne rýchlej, sa odohrajú v poradí druhá, prvá. No takéto zmeny nemôžu byť ľubovoľné. Pomocou LT sa dá pomerne jednoducho dokázať, že ak sa dve udalosti odohrajú v priestore dostatočne ďaleko od seba, môžeme zmeniť ich časové poradie. Dostatočná vzdialenosť je pritom taká, že medzi nimi nestihne preletieť svetelný lúč (svetlo má na preletenie čas daný rozdielom časov, v ktorých sa udalosti odohrali). Takže tie udalosti, ktorých poradie môžeme zameniť, nemôžu kauzálne súvisieť (prvá nemôže byť príčinou druhej). Ak by tieto udalosti súviseli, museli by byť spojené nejakou interakciou. Všetky známe interakcie sa ale šíria rýchlosťami nanajvýš rovnými rýchlosti svetla. Nemôže sa Vám preto stať, že zjete praženicu a až potom pôjdete rozbíjať vajíčka. Samozrejme, ak by sa objavili interakcie šíriace sa rýchlosťou väčšou ako rýchlosť svetla, mohlo by dôjsť k zámene príčiny a následku. Toto jeden z dôvodov, prečo vedci požadujú, aby sa nijaké informácie, interakcie ani telesá nemohli pohybovať rýchlejšie ako svetlo[2]. Druhým dôvodom pre túto požiadavku je ten fakt, že LT strácajú pre nadsvetelné rýchlosti zmysel (ich pravé strany sa stanú imaginárne).

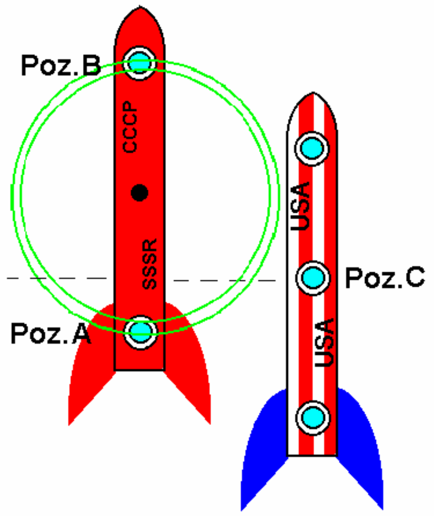
[2]Napríklad v Newtonovej teórii gravitácie sa predpokladalo, že gravitačné pôsobenie sa šíri na diaľku okamžite. Preto bolo nutné hľadať pre gravitáciu lepšiu teóriu a Einstein ju nakoniec aj našiel.



Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3

Kontrakcia dĺžky a dilatácia času

ŠTR nám ukázala, že v pohybujúcej sa sústave dochádza ku skracovaniu rozmerov rovnobežných so smerom jej pohybu. Predstavme si dve sústavy S a S', ktoré sa vzhľadom na seba pohybujú rýchlosťou v. V smere tohoto pohybu máme v čiarkovanej sústave položenú tyč dĺžky l_o. Pozorovateľovi v nečiarkovanej sústave sa bude zdať táto tyč kratšia. Keby zmeral jej dĺžku, zistil by, že platí vzťah $l = l_o\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Takže čím rýchlejšie sa sústava S' pohybuje voči sústave S, tým bude dĺžka l kratšia. Úplne analogický vzťah by platil ale aj v prípade, že tyč je v pokoji v nečiarkovanej sústave a pozorujeme ju zo sústavy čiarkovanej. V čiarkovanej sústave by pozorovateľ tak isto nameral rovnaké skrátenie tyče. Obe sústavy sú totiž rovnocenné a my môžeme povedať, že S' sa pohybuje voči S ale rovnako dobre platí, že S sa pohybuje voči S'. Kontrakciu dĺžok by sme však priamo pozorovať nemohli. Aj keby dokážeme urýchliť teleso dostatočných rozmerov na rýchlosť porovnateľnú s rýchlosťou svetla, okrem skrátenia by bolo aj inak deformované. Z rôznych miest telesa by k nám totiž prichádzali svetelné lúče, ktoré teleso opustili v rôznom čase, vplyvom čoho by sa nám teleso zdalo pootočené. Špeciálne miesto má v tomto prípade guľa. Nech by sa voči nám pohybovala akokoľvek rýchlo stále by sme ju videli ako guľu. Navyše pri takýchto rýchlostiach by do hry vstupoval aj relativistický Dopplerov jav (zmena farby svetla v závislosti od rýchlosti jeho zdrojov a pozorovateľov). Teleso by sa preto sfarbilo viac do modra prípadne do červena (podľa toho, či by sa k nám približovalo alebo vzďaľovalo) a menila by sa aj intenzita svetla na jeho povrchu..

Kontrakcia dĺžky

Nech v pohybujúcej sa sústave S' leží v x-ovej osi tyč dĺžky l_o. Jej konce majú súradnice x'_1 a x'_2 ($l_o = x'_2 - x'_1$). Keď teraz chceme zistiť jej dĺžku v systéme S, voči ktorému sa S' pohybuje, môžeme zmerať súčasne súradnice koncových bodov tyče. Tomuto meraniu budú v sústave S zodpovedať dva body (x_1,t) a (x_2,t). Pomocou LT určíme, súradnice týchto udalostí pre pozorovateľa v sústave S'

$$x'_1 = \gamma(x_1 - vt) \quad \text{a} \quad x'_2 = \gamma(x_2 - vt).$$

Odčítaním týchto vzťahov máme

$$l_o = x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - x_1).$$

V sústave S nameriame preto dĺžku

$$l = (x_2 - x_1) = l_o / \gamma = l_o\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Vidíme, že dĺžka tyče l je kratšia oproti jej skutočnej dĺžke l_o. Takže pri pohybujúcich sa telesách dochádza ku skracovaniu (kontrakcii) dĺžok.

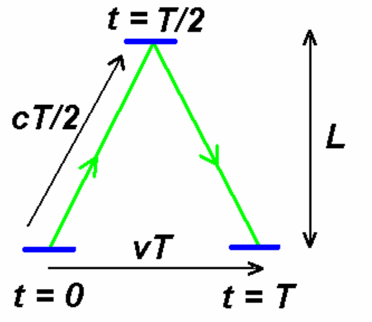
Dilatácia času je ďalší dobre známy relativistický efekt. Všetky deje prebiehajúce v pohybujúcich sa sústavách sa z hľadiska nehybného pozorovateľa predlžujú. Predlžuje sa totiž samotné plynutie času v pohybujúcej sa sústave. Ak by vo veľmi rýchlej rakete trval istý dej čas t_o, na Zemi, voči ktorej sa raketa pohybuje rýchlosťou v, by sme pozorovali, že sa tento dej predĺžil na čas $t = \dfrac{t_o}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$. Kozmonautovi v rakete by sa ale naopak zdalo, že sa predlžujú deje, prebiehajúce na Zemi.

Toto tvrdenie je obsahom známeho paradoxu dvojčiat. Pozemskému dvojčaťu kozmonauta sa bude zdať, že jeho kozmický súrodenec starne pomalšie a mal by sa na Zem vrátiť mladší. Kozmonautovi sa ale bude zdať, že jeho pozemské dvojča starne pomalšie a keď sa vráti na Zem, mal by tam nájsť svoje dvojča, ktoré bude mladšie. Tento paradox sa dá úspešne vyriešiť v rámci ŠTR (a nemal by sa vlastne paradoxom ani nazývať). Treba však použiť tri rôzne sústavy, pretože kozmonaut sa musí obrátiť a vrátiť sa na Zem. Tým sa trochu skomplikujú výpočty ale ukáže sa, že kozmonaut bude naozaj mladší.

Dilatácia času je dobre overená aj experimentálne. Pri jednom pokuse presné atómové hodiny prevážali lietadlom. Potom sa porovnal časový rozdiel oproti rovnakým hodinám, ktoré zostali v laboratóriu. Výsledok súhlasil s predpoveďou ŠTR. Podobne aj rozpad nestabilných častíc prebieha rozdielne v závislosti od rýchlosti častice. Keďže tieto rozpady sú určované slabými interakciami, je to zároveň aj potvrdenie toho, že teória relativity má všeobecnú platnosť.

Existujú ešte mnohé iné zaujímavé javy, ktorým sa už nemôžeme podrobne venovať. Asi najpopulárnejším výsledkom ŠTR je ekvivalencia hmotnosti a energie. Každá hmota s hmotnosťou m je ekvivalentná energii E (a naopak) podľa jednoduchého vzorca $E = mc^2$. Tento vzorec je tiež veľmi dobre experimentálne overený. Protóny a neutróny sú v atómových jadrách viazané obrovskými silami. Keď "vstupujú" do jadra, musia odovzdať časť energie. Tá je taká veľká, že to spôsobuje merateľný pokles hmotnosti jadra. Tento, takzvaný hmotnostný úbytok, sa prejavuje pri jadrových premenách ako energia. Pri stretnutí častice a antičastice zasa dochádza k anihilácii. Pri tomto procese sa častice bez zvyšku premenia na obrovskú energiu, ktorá je v zhode s vyššie uvedeným vzorcom.

Dilatácia času



Objasníme si princíp svetelných hodín, ktoré sa skladajú z dvoch zrkadiel (modré) vo vzájomnej vzdialenosti L. Medzi zrkadlami sa pohybuje fotón (v našom prípade zelený). V sústave, v ktorej sa tieto hodiny nepohybujú, bude perióda pohybu fotónu $T_o = 2L/c$. Pozorovateľovi, voči ktorému sa hodiny pohybujú rýchlosťou v, sa bude zdať, že fotón sa pohybuje po dlhšej dráhe a jeho perióda pohybu T bude väčšia. Z Pythagorovej vety dostaneme $(cT/2)^2 = L^2 + (vT/2)^2$. Z toho keď vyjadríme periódu T dostaneme vzťah

$$T = \frac{2L/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{T_o}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Čo je presný vzťah pre dilatáciu času.

V ŠTR neplatí náš vzorec skladania rýchlostí. Čakali by sme, že keby z kozmickej lode, pohybujúcej s rýchlosťou rovnou 9/10 rýchlosti svetla, vystrelíme časticu rýchlosťou 9/10 rýchlosti svetla, bude sa voči nehybnému pozorovateľovi pohybovať nadsvetelnou rýchlosťou. Pomocou LT vieme ale odvodiť presný vzorec pre skladanie rýchlostí, ktorý ukazuje, že zložením nijakých rýchlostí menších ako je rýchlosť svetla, nie je možné rýchlosť svetla prekročiť. A o tom, že príroda sa urputne bráni snahám o prekonanie svetelnej rýchlosti, svedčí aj fakt, že hmotnosť telies sa s narastajúcou rýchlosťou zvyšuje. Pri rýchlosti svetla by dokonca dosiahla nekonečnú hodnotu. Ak hmotnosť telesa v pokoji označíme m_o, tak jeho hmotnosť pri rýchlosti v bude $m = \frac{m_o}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, čiže naozaj bude v prípade $v = c$ nekonečná. V spojení s ekvivalenciou hmotnosti a energie to znamená, že na urýchlenie telesa s nenulovou hmotnosťou m_o by sme potrebovali nekonečnú energiu.

V skratke sme teda prešli cez ŠTR a jej základné výsledky. Na záver treba povedať, že vo fyzike si nemôže byť žiadna teória úplne istá. Pri každom ďalšom experimente sa môže ukázať, že ho nedokáže vysvetliť. Doteraz sa ale nepodarilo pozorovať žiaden jav odporujúci ŠTR. Ak by sa to však stalo, neznamenalo by to jej úplné zavrhnutie, podobne ako objavenie ŠTR neznamenalo zavrhnutie Newtonovej mechaniky. Len na niektoré problémy už bude potrebné použiť novú teóriu, ktorá však bude ŠTR obsahovať ako isté priblíženie, rovnako ako ŠTR obsahu klasickú Newtonovu mechaniku.

Peter Kluvánek