

OHODNOTENIE JEDNÉHO VARIANTU IMPULZNO-INDUKČNEJ METÓDY MERANIA MAGNETICKÉHO MOMENTU FEROMAGNETICKÝCH VZORIEK

IVAN ČERVENÝ, Bratislava

Na meranie magnetického momentu feromagnetických vzoriek sa s výhodou používa Weissova-Forrerova metóda [1]. Pravda, v rôznych prípadoch sa metóda upravuje a v ďalšom by sme chceli podrobnejšie ohodnotiť jednu z jej úprav.

Vložením feromagnetickej vzorky tvaru gule polomeru q do homogénneho magnetického poľa sa toto pole deformuje. Ak pôvodné pole bolo opísané vektorom B_0 rovnobežným s osou z kartézského súradnicového systému, deformované pole (ak sa vzorka nachádza v začiatku súradnicovej sústavy) možno mimo vzorky opísať (obr. 1) pomocou polárnych súradníc takto [2]:

$$B_r = B_0 \cos \vartheta + 2B_0 q^3 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \cdot \frac{\cos \vartheta}{r^3}, \quad (1)$$

$$B_\vartheta = -B_0 \sin \vartheta + B_0 q^3 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \cdot \frac{\sin \vartheta}{r^3}, \quad (2)$$

kde μ_r je relatívna permeabilita materiálu vzorky.

Pole vo vnútri vzorky má hodnotu:

$$B = B_0 \frac{3\mu_r}{\mu_r + 2}. \quad (3)$$

Zo vzťahov (1) a (2) si možno overiť, že pole v blízkosti vzorky v smere osi z je silnejšie ako pôvodné pole B_0 , kým v smere kolmom je pole slabšie ako B_0 . Táto skutočnosť nábada k jednoduchej úprave používaných impulzno-indukčných metód.

Aby sme mohli v ďalšom vhodne porovnávať, základné usporiadanie si predstavíme ako cievku s $2n$ rovnocennými závitmi, s plochami kolnými na smer homogénneho magnetického poľa. Po vložení vzorky do stredu cievky (alebo, naopak, po jej oddelení do nekonečna) sa v cievke zmení indukčný

tok o hodnotu, ktorá je úmerné magnetickému momentu vzorky. Toto usporiadanie má však tú nevýhodu, že merací prístroj pripojený na cievku (napr. tického pola B_0 . Preto je výhodnejšie použiť dve merné cievky s rovnakými zmenami vonkajšieho magnetického pola sa navzájom kompenzujú. Výhyľka [3], alebo presúvaním vzorky z jednej cievky do druhej [4]. S tým súvisí aj polomerní [3], alebo na spoločnej osi [4], alebo môžu ležať v jednej rovine vedľa seba ako pri meraní dlhých vzoriek (drôtov, tyčí) [5].

Keďže pri komutácii magnetického pola musia byť merné cievky dokonale presúvané vzorky z jednej cievky do druhej, pri ktorej tieto ťažkosťi nie sú také značné.

Ak vzorku umiestnime do stredu jednej z merných cievok, druhú mernú cievku je výhodné umiestniť tam, kde je magnetické pole najslabšie. Pri presunutí vzorky do stredu druhej cievky dosiahne sa v takomto prípade maxima zmena celkového spríahnutého indukčného toku. Vzhľadom na vzťahy v jednej rovine — tesne vedľa seba.

Pre kvantitatívne ohodnotenie zvolíme si v kartézskej súradnicovej sústave (obr. 1) tri závitky s polomerní $R > \varrho$, s rovinami kolmými na os z tak, aby ich stredu mali súradnice

1. $(0, 0, 0)$,
2. $(0, 0, q)$,
3. $(p, 0, 0)$ ($p \geq 2R$).

Ak sa v začiatku súradnicovej sústavy nachádza feromagnetická vzorka, pomocou vzťahov (1), (2) a (3) možno počítať indukčné toky cez plochy jednotlivých závitov.

Ak Coulombov magnetický moment vzorky označíme m_c a použijeme vzťah pre magnetickú polarizáciu vo vzorke:

$$J = 3B_0 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2},$$

pre jednotlivé indukčné toky dostaneme:

$$\Phi_1 = B_0 \pi R^2 + \frac{m_c}{2} \cdot \frac{1}{R},$$

$$\Phi_2 = B_0 \pi R^2 + \frac{m_c}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + q^2)^{3/2}},$$

$$\Phi_3 = B_0 \pi R^2 - \frac{m_c}{2} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \int_{p-R}^{p+R} \frac{1}{r^2} \left[\arcsin \frac{1}{2pr} \sqrt{\frac{R^2(2p^2 + 2r^2 - R^2) - (r^2 - p^2)^2}{r^2}} \right] dr.$$

Ak si situáciu zidealizujeme a budeme predpokladať, že v uvedených polohách namiesto jedného závitku sa nachádzajú cievky, ktorých všetky závitky budeme pokladať za rovnocenné, dostaneme:

I. Pri základnom usporiadaní (t. j. $2n$ závitov v jednej cievke), pri oddialení vzorky zo stredu cievky do nekonečna, bude celková zmena indukčného toku (t. j. cievkového indukčného toku) v cievke:

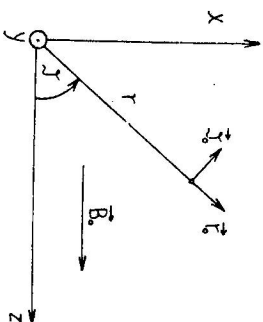
$$\Delta\Phi_1 = 2n(\Phi_1 - B_0 \pi R^2) = nm_c \frac{1}{R} = nm_c A \quad (A = 1/R). \quad (4)$$

II. Pri presunutí vzorky z 1. cievky do 2. cievky (každá o n závitoch) bude celková zmena indukčného toku

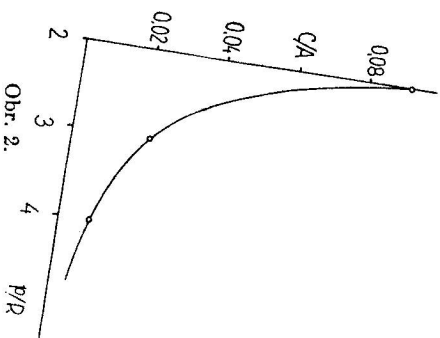
$$\Delta\Phi_2 = 2n(\Phi_1 - \Phi_2) = nm_c \left\{ \frac{1}{R} - \frac{R^2}{(R^2 + q^2)^{3/2}} \right\} = nm_c (A - B). \quad (5)$$

Vzorka sa v tomto prípade posúva *podľa* magnetického pola.

III. Pri presunutí vzorky z 1. cievky do 3. cievky (každá o n závitoch) bude celková zmena indukčného toku — teda zmena registrovaná balistickým galvanometrom.



Obr. 1.



Obr. 2.

$$\Delta\Phi_3 = 2n(\Phi_1 - \Phi_3) = n \cdot mc \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\pi} \int_{p-R}^{p+R} \frac{1}{r^2} \left[\arcsin \frac{1}{2pr} \sqrt{R^2(2p^2 + 2r^2 - R^2) - (r^2 - p^2)^2} \right] dr \right) = mmc(A + C). \quad (6)$$

V tomto prípade sa vzorka presúva *naprieč* magnetického pola.

Porovnaním vzťahov (4), (5) a (6) zistíme, že najväčšia zmena indukčného toku nastane v III. prípade.

Ak sa nemá prítomnosť druhej menej cievky v II. prípade značne zmenšiť citlivosť (vzhľadom na I. prípad), treba dosiahnuť, aby člen B bol čo najmenší. Jednoduchý výpočet ukazuje, že, ak má byť $A/B > 1000$, treba pri danom R zvoliť

$$q > 10 R.$$

(7)

V III. prípade je výraz C funkciou hodnôt p a R . Z hľadiska príspevku druhej menej cievky k $\Delta\Phi_3$ je však dôležitý pomer C/A . Predovšetkým si možno overiť, že hodnota C/A je funkciou podielu p/R , t. j. ak zmeníme súčasne p aj R k -krát, hodnota C/A sa nezmení.

Hodnoty C/A pre niektoré p/R — získané numerickou integráciou — sú uvedené v tabuľke 1 a priebeh funkčnej závislosti je na obr. 2.

Tabuľka 1

p/R	C/A
2	0,0861
3	0,0211
4	0,0084

Keďže $p < 2 R$ nemožno realizovať, je teoreticky najpriaznivejší zisk uvedenou úpravou menších cievok — vzhľadom na I. prípad — približne 9 %.

Pri reálnych cievkach však nemôže dosahovať ani takéto hodnoty. Pri priečnom presúvaní vzorky je navyše ťažko realizovať presunutie zo stredu jednej cievky do stredu druhej. Ľahšie možno uskutočniť presúvanie *popred* cievky. Podľa predchádzajúceho by sa mohlo vyjadriť zmenu polohy vzorky z bodu $(0, 0, 0)$ do bodu $(p, 0, 0)$, ak súčasne stredu cievok majú súradnice $(0, 0, q)$ a $(p, 0, q)$. Celková zmena indukčného toku by v takomto prípade bola:

$$\Delta\Phi_4 = mmc \left\{ \frac{R^2}{(R^2 + q^2)^{3/2}} - \frac{1}{\pi} \int_{p-R}^{p+R} \frac{2q^2 - r^2}{(r^2 + q^2)^{5/2}} \arcsin \frac{1}{2pr} \times \right. \\ \left. \times \sqrt{R^2(2p^2 + 2r^2 - R^2) - (r^2 - p^2)^2} r dr \right\} = mmc(B - D).$$

Z hľadiska toho, čo sme povedali v III. prípade, nebudeme uvažovať člen D , takže zostane

$$\Delta\Phi \doteq mmc \frac{R^2}{(R^2 + q^2)^{3/2}}.$$

Z posledného vzťahu vidieť, že $\Delta\Phi_4$ rýchlo klesá s rastúcim q . Pri presúvaní *popred* cievky musí byť zrejme vždy $q > q$. Ak meriame napr. guľôčky priemeru 3 mm, možno menšie cievky naviniť tak, že pre najvýhodnejšie umiestnené závitý je $q = 2$ mm. Vtedy má výraz B maximum pri $R = 2\sqrt{2}$ mm $\approx 2,83$ mm a dosahuje hodnotu 0,192 mm⁻¹. Pri pozdĺžnom presúvaní — rovnako veľkých guľôčok — vzhľadom na zariadenie, ktorým guľku treba presúvať, možno dosiahnuť, aby najvýhodnejšie položené závitý mali polomer približne 3 mm. Pre tieto závitý (kladíme $q = 0$) má potom výraz B hodnotu 0,334 mm⁻¹, čo je oproti predošlej hodnote teser dvojnásobok.

I keď teda by jestvovala teoretická možnosť zvýšenia citlivosti úpravou usporiadania menších cievok, prakticky ju sotva možno dosiahnuť. Treba však poznamenať, že priečne presúvanie vzoriek umožňuje pohodlné meranie s možnosťou rýchlej výmeny vzoriek. Navyše umožňuje mať vzdubovú medzeru medzi nástavcami elektromagnetu (pri vzorkách do priemeru 3 mm asi 10–12 mm — oproti minimálne 20 mm pri pozdĺžnom presúvaní — nehľadiac ani na podmienku (7)), čo samozrejme uľahčuje nasýtiť vzorku aj v nie veľmi nákladnom elektromagnet.

LITERATÚRA

- [1] Weiss P., Forrer R., Ann. de Physique 12 (1929), 279.
- [2] Benda O., Ferromagnetismus. SVTL, Bratislava 1963.
- [3] Wotruba K., Čs. čas. fys. 10 (1960), 242.
- [4] Brož J., Bergstein A., Krupička S., Vintera J., Závěta K., Čs. čas. fys. 7 (1957), 46.
- [5] Dufek X., Hrabák X., Trnka J., Magnetická měření. SNTL, Praha 1964.

Došlo 9. 10. 1968

Katedra fyziky
Elektrotechnickej fakulty SVŠT,
Bratislava

EVALUATION OF A VARIANT OF THE PULSE-INDUCTIVE METHOD FOR
MEASURING THE MAGNETIC MOMENT OF FERROMAGNETIC SAMPLES

Ivan Červený

Summary

A variant of the Weiss-Forrer method is evaluated. It is shown, by means of numerical integration, that it is advantageous — when using the method with two measuring coils connected in series with opposite winding — to locate them close to each other in the same plane. By such an arrangement of the measurement the sensitivity is about 9 per cent higher than by any other.