

FREKVENČNÁ ZÁVISLOSŤ KOREKCIÍ PRI MERANÍ RÝCHLOSTI ULTRAZVUKOVÝCH VĽN INTERFEROMETROM S NEPRĚMENNOU DÍŽKOU

JURAJ BRACINÍK, IVAN TUREK, Žilina

ÚVOD

Interferometrické metódy merania rýchlosti ultrazvukových vln sa spravidla používajú na meranie rýchlosti v kvapalinách. Vtedy možno pracovať s konštantnou frekvenciou a meniť dĺžku vzorky. Ak pri dĺžke l nastane rezonancia, pri dĺžke $l_{r+1} = l + \lambda/2$ bude sústava opäť v rezonancii. Môžeme preto rýchlosť šírenia sa ultrazvukových vln vo vzorke cs určiť zo vzťahu

$$cs = 2\lambda l \cdot \nu, \quad (1)$$

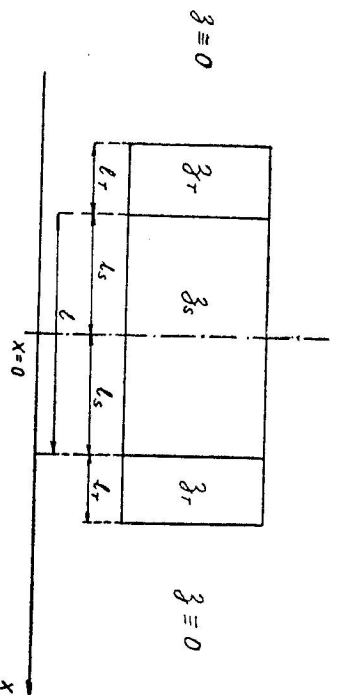
kde $\lambda l = l_{r+1} - l$ a ν je frekvencia mechanického vlnenia.

Podobne sa dá určiť i rýchlosť ultrazvukových vln v pevných látkach. Keďže sa tu však nedá meniť dĺžka vzorky, stav rezonancie dosahujeme zmenou frekvencie generovaných vln. Ak by sme poznali rezonančnú frekvenciu $\nu_{s,r}$ samej vzorky, mohli by sme rýchlosť vo vzorke určiť zo vzťahu

$$cs = 2l/\Delta t^{\nu}, \quad (2)$$

kde l je dĺžka vzorky a $\Delta t^{\nu} = \nu_{s,r+1} - \nu_{s,r}$.

† Ak vlnu vo vzorke generujeme a prijímame meničmi pripojenými na konce vzorky (obr. 1), rezonančné frekvencie takejto sústavy budú iné než v prípade vzorky nezaťaženej meničmi a vzťah (2) možno použiť len veľmi približne. D. I. Bolef a M. Menes [1] odvodili korekciu na vplyv meničov, obmedzili sa však iba na úzky rozsah frekvencií v okolí rezonančnej frekvencie meniča. Presnosť určenia rýchlosti (ak urobíme opravy na disperziu, zmeny teploty a pod.) je však tým väčšia, čím viacej zmeriame rezonančných frekvencií, a preto sa pri presných meraniach nemôžeme obmedziť na meranie v úzkom okolí rezonančnej frekvencie meniča. Ďalej ukážeme, ako možno určiť rýchlosť šírenia sa ultrazvukových vln i v takomto usporiadaní s dostatočnou presnosťou.



Obr. 1. Schéma interferometra s dvoma meničmi hrúbky l_r akustickej impedancie z_r a vzorkou dĺžky $l = 2l_s$. Interferometer je uložený vo vakuu.

KOREKCIA PRE VÝPOČET RÝCHLOSTI Z REZONANČNÝCH FREKVENCIÍ

Rezonančné frekvencie sústavy menič—vzorka—menič, pokiaľ útlm v prvokoch sústavy je zanedbateľný, možno určiť (ako to robí napr. D. I. Bolef a M. Menes v [1]) z podmienky nulovej hodnoty impedancie sústavy v rovine $x = l_s + l_r$ (obr. 1); v prípade interferometra s dvoma rovnakými meničmi je táto podmienka zhodná s podmienkou, aby impedancia v rovine $x = 0$ bola nulová alebo nekonečne veľká (odpovedá to párnemu alebo nepárnemu počtu polovln vo vzorke nezaťaženej meničmi). Ak túto impedanciu vyjadríme známymi vzťahmi pre transformáciu impedancie pozdĺž vedenia, možno podmienku rezonancie napísať:

$$z_s = \frac{iz_r \operatorname{tg} \theta_r + iz_s \operatorname{tg} \theta_s}{z_s - iz_r \operatorname{tg} \theta_r \operatorname{tg} \theta_s} = 0, \quad (3)$$

$$z_s = \frac{iz_r \operatorname{tg} \theta_r + iz_s \operatorname{tg} \theta_s}{z_s - iz_r \operatorname{tg} \theta_r \operatorname{tg} \theta_s} = \infty, \quad (4)$$

kde z_s a z_r sú akustické impedancie materiálu vzorky a meniča, a $\theta_r(s) = 2\pi\nu l_r(s)/c_r(s)$; ν je frekvencia generovanej vlny. Podmienky (3) a (4) môžeme vyjadriť:

$$\operatorname{tg} \theta_r = -\frac{z_s}{z_r} \operatorname{tg} \theta_s, \quad (5)$$

$$\operatorname{tg} \theta_r = \frac{z_s}{z_r} \operatorname{cotg} \theta_s. \quad (6)$$

Vyšetríme teraz vlastnosti koreňov rovnice (5). Vyjadrieme preto prírastok funkcie $\operatorname{tg} \theta_T$ pre $\Delta \theta_T = \theta_{T,i+1} - \theta_{T,i}$, kde $\theta_{T,i+1}$ a $\theta_{T,i}$ sú dva susedné korene rovnice (5), odpovedajúce dvom susedným rezonančným frekvenciám. Tento prírastok Δy možno vyjadriť funkciou $\operatorname{tg} \theta_T$, ako aj funkciou — $(3s/3\pi) \operatorname{tg} \theta_S$. Dostaneme tak rovnice

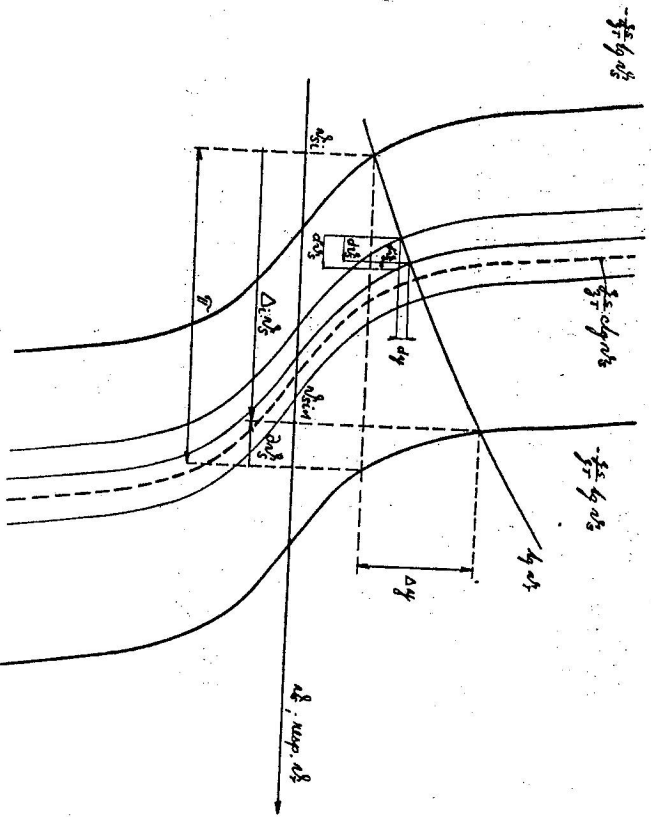
$$\Delta y = \frac{1}{\cos^2 \theta_T} \Delta \theta_T, \quad (7)$$

$$\Delta y = \frac{1}{3\pi} \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta_S} \partial \theta_S \quad (8)$$

Z týchto rovníc dostaneme (ak vyjadrieme $\cos \theta_S$ pomocou $\operatorname{tg} \theta_S$, ktorý podľa rovnice (5) nahradíme — $(3\pi/3s) \operatorname{tg} \theta_S$):

$$\partial \theta_S = -Z_S \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_T}{1 + Z_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta_T} \Delta \theta_T, \quad (9)$$

kde sme $3\pi/3s$ označili Z_S a $\Delta \theta_S - \pi$ sme označili $\partial \theta_S$.



Obr. 2. Grafické znázornenie podmienky rezonancie sústavy interferometra.

Keďže $\theta_T = k\theta_S$; kde $k = lrcs/lsc\pi$, l_T je hrúbka meniča, l_S je polovičná dĺžka vzorky, $c_T(s)$ je rýchlosť vln v meniči (vzorke) a $\Delta \theta_S = \pi + \partial \theta_S$ (pozri obr. 2); môžeme vzťah (9) prepísať

$$\partial \theta_S = -\frac{K}{K+1} \pi, \quad (10)$$

kde $K = Z_S k(1 + \operatorname{tg}^2 \theta_T)/(1 + Z_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta_T)$.

Rýchlosť c_S môžeme vypočítať z nameraných rezonančných frekvencií, ak $\Delta \theta_S$ vyjadrieme pomocou rezonančných frekvencií a nahradíme ho $\pi + \partial \theta_S$ a za $\partial \theta_S$ dosadíme podľa vzťahu (10). Dostaneme tak

$$c_S = 2l_S \Delta \nu (1 + K) = 2l_S \Delta \nu \left(1 + \frac{e^{\pi l_T}}{e^{\pi l_S}} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_T}{1 + Z_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta_T} \right) \quad (11)$$

Pre interferometer s jedným meničom a vzorkou dĺžky l_S rovnica (5) určuje všetky rezonančné frekvencie, a preto vzťah (11) udáva správnu hodnotu rýchlosti. Pre interferometer s dvoma meničmi a vzorkou dĺžky $l = 2l_S$ je vzťah (11) tiež správny s tým, že $\Delta \nu$ sú rozdiely každej druhej (párnej) rezonančnej frekvencie.

Rovnicu (6) možno prepísať:

$$\operatorname{tg} \theta_T = -\frac{3s}{3\pi} \operatorname{tg} (\theta_S + \pi/2). \quad (6')$$

Postupom zhodným s predchádzajúcim, lenže za dve susedné rezonančné frekvencie nepovažujeme frekvencie odpovedajúce priesečníkom funkcie $\operatorname{tg} \theta_T$ s funkciou — $(3s/3\pi) \operatorname{tg} \theta_S$, ale priesečníkom funkcie $\operatorname{tg} \theta_T$ striedavo s funkciami — $(3s/3\pi) \operatorname{tg} \theta_T$ a — $(3s/3\pi) \operatorname{tg} (\theta_T + \pi/2)$ (pozri obr. 2), dostaneme rovnicu

$$c_S = 2l_S \Delta \nu (1 + K). \quad (11')$$

Ak sú frekvencie, na ktorých pracujeme, také, že $\operatorname{tg}^2 \theta_T \ll 1 \gg Z_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta_T$ dostaneme zo vzťahu (11):

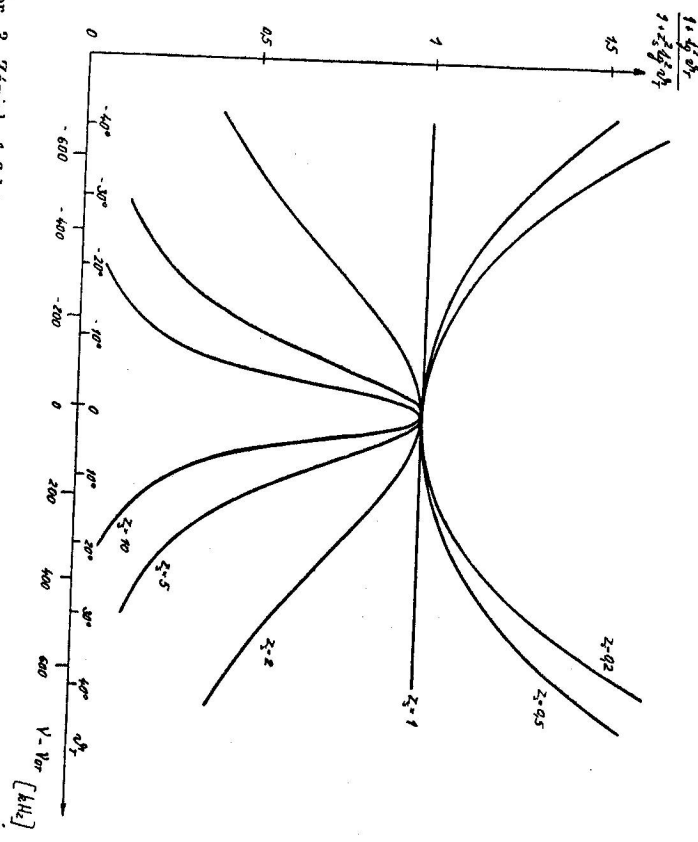
$$c_S = 2l_S \Delta \nu (1 + e^{\pi l_T}/e^{\pi l_S}),$$

kde $e^{\pi l_T}/e^{\pi l_S}$ je špecifická hmotnosť meniča (vzorky), čo je vzťah zhodný so vzťahom odvodeným D. I. Bolefom a M. Mensom v [1]. Pre vzorky s impedanciou hodne menšou, než je impedancia meniča, je obmedzenie $Z_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta_T \ll 1$ veľmi silné. Ak je vzorka krátká (rezonancie sú vzdialené), už pre rezonanciu najbližšie k rezonančnej frekvencii meniča sa veľkosť faktora $e^{\pi l_T}/e^{\pi l_S}$ líši o 10 % i viac od správnej hodnoty korekcie K .

Vplyv faktora $(1 + \operatorname{tg}^2 \theta_x)/(1 + Z_s^2 \operatorname{tg}^2 \theta_x)$ vidíme z obr. 3, na ktorom je vyneseny pre rôzne hodnoty Z_s v závislosti od frekvencie.

Prenosť vzťahu (11), resp. (11') je určená tým, nakoľko sa dá $\operatorname{tg}^2 \theta_x$ v intervale medzi dvoma rezonančnými frekvenciami nahraďiť priamkou. Je to možné s presnosťou až na dve platné miesta i v nepriaznivom prípade, že rezonančné meniny meními so základnou frekvenciou 3 MHz a meranie sa robí s kresou 1 MHz. Spravidla väčšiu chybu bude vyvolávať nepresnosť znalosti odladenia a rezonančnej frekvencie meniča.

Nevýhodou vzťahu (11) je, že ho treba použiť viackrát za sebou (iterácie), pretože sama korekcia závisí od neznámej hodnoty rýchlosti ($Z_s = \rho r c_x / \rho c_s s$). Táto nevýhoda sa nedá odstrániť, keďže rovnice (5) a (6) sú transcendentné. Ďalšia nevýhoda spočíva v tom, že sa meranie nedá vyhodnotiť postupnou metódou. Túto nevýhodu možno odstrániť spôsobom, ktorý uvedieme ďalej.



Obr. 3. Závislosť faktora $(1 + \operatorname{tg}^2 \theta_x)/(1 + Z_s^2 \operatorname{tg}^2 \theta_x)$ od frekvencie. Frekvencná škála je nakreslená pre kremenný menič hrúbky 1 mm. Jeho základná rezonančná frekvencia ν_0 je 2,87 MHz.

VÝPOČET REZONANČNÝCH FREKVENCII VZORKY NEZATÁŽENEJ MENIČMI

Myslíme si medzi tangentoidami — $(3s/3\pi) \operatorname{tg}^2 \theta_s$ ďalšie tangentoidy posunutú voči sebe o $d'\theta_s$ (obr. 2).

Prirastok funkčných hodnôt funkcií $\operatorname{tg}^2 \theta_x$ a $-(3s/3\pi) \operatorname{tg}^2 \theta_s$, d_y , možno vyjadriť vzťahmi odpovedajúcimi vzťahom (7) a (8). Použitím vzťahov $d\theta_x = k d\theta_s$ a $d\theta_s = d'\theta_s + \delta\theta_s$ dostaneme po úprave zhodnej s tou, ktorú sme použili v predchádzajúcom odstavci:

$$\delta\theta_s = \frac{K}{K+1} d'\theta_s$$

a po dosadení do vzťahu

$$d\theta_s = d'\theta_s + \delta\theta_s$$

dostaneme

$$d'\theta_s = (1 + K) d\theta_s. \quad (12)$$

Spočítaním prirastkov $d'\theta_s$ pre θ_s , meniace sa od jednej rezonančnej frekvencie po susednú, dostaneme hodnotu π (resp. $\pi/2$, ak uvažujeme i frekvencie dané rovnicou (6)), pretože sme prešli medzi všetkými tangentoidami ležiacimi medzi susednými vetvami funkcie $-(3s/3\pi) \operatorname{tg}^2 \theta_s$. Prípočítaním ďalších hodnôt $d'\theta_s$ až po nasledujúcu rezonančnú frekvenciu dostaneme 2π , po ďalšiu 3π atď. (resp. $\pi/2, \pi, 3\pi/2, \dots$).

Pretože $\theta_s = 2\pi\nu/s/c_s$, zo vzťahu (12) dostaneme:

$$d'\nu = (1 + K) d\nu,$$

kde $d'\nu$ je diferenciál frekvencie odpovedajúcej zmene $d'\theta_s$. Po integrácii tohto vzťahu dostaneme

$$\nu' = \int_0^{\nu} (1 + K) d\nu. \quad (13)$$

Vzťah (13) každej frekvencii ν priradzuje hodnotu z iného frekvencného priestoru ν' . Toto priradenie je také, že frekvencie ν' , odpovedajúce rezonančným frekvenciám ν , sú ekvidistantné, pretože z hodnôt ν' vypočítané $d\nu$ sa rovnajú π (resp. $\pi/2$), čiže:

$$c_s = 2l_s \Delta \nu', \quad (14)$$

alebo, ak počítame i s koreňmi rovnice (6)

$$c_s = 2l_s \Delta \nu'. \quad (14')$$

Pretože vzťah (14) resp. (14') je zhodný so vzťahom (2), môžeme povedať, že ν_i sú rezonančné frekvencie vzorky nezaťaženej meničmi. Integrovaním vzťahu (13) dostaneme

$$\nu' = \nu + n \frac{cs}{ls} + \frac{1}{2\pi} \frac{cs}{ls} \arctg \left\{ Z_S \operatorname{tg} \left[\frac{l_T}{c_T} (2\pi\nu - \nu_{n,T}) \right] \right\}, \quad (15)$$

kde n je rád rezonancie meniča a $\nu_{n,T}$ jeho n -tá rezonančná frekvencia.

VPLYV VÁZBY NA REZONANČNÉ FREKVENCIE SÚSTAVY

Rezonančné frekvencie sústavy pozostávajúcej zo vzorky, ku ktorej sú prostredníctvom väzbovej vrstvy prímelené meniče, možno určiť analogicky kým postupom ako v predšlom, s tým rozdielom, že impedancia väzbovsa transformuje cez menič, väzobnú vrstvu a polovičnú dĺžku vzorky. Podmienkou rezonancie je, aby takto získaná impedancia sa rovnala nule alebo nekonečnu. Dostaneme tak rovnice

$$-\frac{3S}{3\pi} \operatorname{tg} \theta_S = \frac{\operatorname{tg} \theta_T + \frac{3B}{3\pi} \operatorname{tg} \theta_B}{1 - \frac{3\pi}{3B} \operatorname{tg} \theta_T \operatorname{tg} \theta_B}, \quad (16)$$

$$\frac{3S}{3\pi} \operatorname{cotg} \theta_S = \frac{\operatorname{tg} \theta_T + \frac{3B}{3\pi} \operatorname{tg} \theta_B}{1 - \frac{3\pi}{3B} \operatorname{tg} \theta_T \operatorname{tg} \theta_B}, \quad (17)$$

kde $\theta_B = 2\pi\nu l_B/c_B$; l_B je hrúbka väzbovej vrstvy, c_B je rýchlosť šírenia sa ultrazvukových vln v prostredí väzby, z_B je akustická impedancia prostredia väzby.

Úpravou vzťahov (16) a (17) za použitia predpokladu $\theta_B \ll 1$ dostaneme

$$\frac{3S}{3\pi} \operatorname{tg} \theta_S = -\operatorname{tg} \theta_T - (Z_B^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \theta_T \operatorname{tg} \theta_B, \quad (18)$$

$$\frac{3S}{3\pi} \operatorname{cotg} \theta_S = \operatorname{tg} \theta_T + (Z_B^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \theta_T \operatorname{tg} \theta_B, \quad (19)$$

kde $Z_B = 3\pi/l_B$; $\theta_B = \theta_T/Z_B$; $\theta_T = \theta_T + \theta_B$. Korene týchto rovníc odpovedajú rezonančným frekvenciám uvažovanej sústavy ν_i .

Ak sa impedancia meniča rovná impedancii väzbovej vrstvy, t. j. ak $Z_B = 1$,

124

rovnice (18) a (19) majú tvar

$$-\frac{3S}{3\pi} \operatorname{tg} \theta_S = \operatorname{tg} \theta_T, \quad (20)$$

$$\frac{3S}{3\pi} \operatorname{cotg} \theta_S = \operatorname{tg} \theta_T. \quad (21)$$

Rovnice (20) a (21) sú formálne zhodné s rovnicami (5) a (6), takže ich korene ν_i môžeme nájsť pomocou vzťahu (15), ak v ňom dĺžku l_T nahradíme $l_T = l_T (1 + \theta_B l/c_T l_T)$, čo odpovedá zámene θ_T na θ_T' .

Keďže výraz $(Z_B^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \theta_T \operatorname{tg} \theta_B$ je za použitia predpokladu $\theta_B \ll 1$ malý, korene rovníc (18) a (19) sa len málo líšia od koreňov rovníc (20) a (21). Pre ich rozdiel

$$\Delta\nu_i^* = \nu_i - \nu_i^*$$

v prvom priblížení možno napísať na základe rovníc (18) a (20), resp. (19) a (21)

$$\Delta\nu_i^* = -\frac{Z_S(Z_B^2 - 1)}{2\pi l_S/c_S} \operatorname{tg}^2(2\pi\nu_i l_T/c_T) \operatorname{tg} \left(2\pi\nu_i \frac{l_B}{c_B} \frac{3B}{3\pi} \right) \operatorname{cos}^2(2\pi\nu_i l_S/c_S), \quad (22)$$

resp.

$$\Delta\nu_i^* = -\frac{Z_S(Z_B^2 - 1)}{2\pi l_S/c_S} \operatorname{tg}^2(2\pi\nu_i l_T/c_T) \operatorname{tg} \left(2\pi\nu_i \frac{l_B}{c_B} \frac{3B}{3\pi} \right) \sin^2(2\pi\nu_i l_S/c_S). \quad (23)$$

Získali sme tak vzťahy, ktorými možno z nameraných rezonančných frekvencií ν_i určiť frekvencie ν_i^* a z nich rezonančné frekvencie vzorky nezaťaženej meničmi $\nu_{S,T}$. Z týchto frekvencií už možno podľa vzťahu (2) vypočítať rýchlosť šírenia sa ultrazvukových vln.

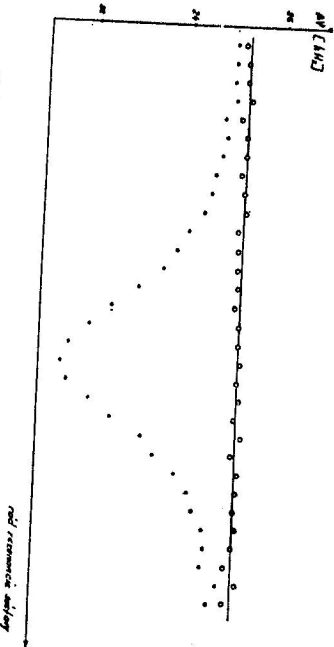
ZÁVER

Odvodené vzťahy umožňujú použiť interferometrickú metódu, ktorá je technicky najjednoduchšia, na pevné látky i v prípade, že sú k dispozícii iba krátke vzorky. Je to cenne najmä vtedy, ak technológia prípravy vzoriek väčších rozmerov nie je ešte zvládnutá.

Dosiahnuteľná presnosť závisí od presnosti zmerania rezonančných frekvencií, ktorá je tým menšia, čím je absorpcia ultrazvukových vln vo vzorke a dĺžka vzorky väčšia, čo je ďalší dôvod na meranie na krátkych vzorkách a pri nižších frekvenciách. Vtedy použité korekcie sa stáva už nevyhnutnými.

S použitím takýchto korekcií sa dá získať hodnota rýchlosti ultrazvukových vln vo vzorkách dĺžky ca. 2 cm pri frekvencii 3 MHz s presnosťou až 0,01 % [12]).

Ako súhlasia uvedené vzťahy s experimentom možno ilustrovať výsledkami merania rezonančných frekvencií interferometrom s nepremennou dĺžkou. Aby frekvenčná závislosť korekcií bola čo najväčšia, vybrať sme merania na kvapaline, pretože impedancia kvapalín je spravidla malá v porovnaní s kremeňom.



Obr. 4. ● — rozdiely rezonančných frekvencií sústavy pozostávajúcej z kremenných meničov hrúbky 1 mm a vodného stĺpca dĺžky 29,658 mm pri teplote 24,98 °C. ○ — rozdiely medzi korigovanými hodnotami rezonančných frekvencií (rezonančných frekvencií vzorky). Ich stredná hodnota 25,232 kHz je zakreslená plnou čiarou.

Na obr. 4 sú vynesené rozdiely nameraných rezonančných frekvencií sústavy pozostávajúcej z dvoch planparalelne uložených kremenných meničov hrúbky 1 mm, priemernu 13 mm, medzi ktorými bola destilovaná voda. Na frekvenciách ležiacich v okolí tretej harmonikovej frekvencie meniča. Na meraných rezonančných frekvencií sústavy boli pomocou vzťahu (15) vypočítané rezonančné frekvencie vzorky (kvapalínového stĺpca). Vplyv väzby (vrstva napareného hliníka) bol zahrnutý tým, že za rezonančnú frekvenciu rezonančných frekvencií sústavy odpovedajúcu minimálnej frekvencii zámenu f_r na f_r' a nie je potrebné určovať hrúbku väzby. Keďže akustická impedancia hliníka je málo odlišná od akustickej impedancie kremeňa, nie je potrebné robiť ďalšie korekcie na väzbu. Differencie medzi susednými rezonančnými frekvenciami vzorky, vypočítanými z nameraných rezonančných frekvencií sústavy, sú uvedené na obr. 4.

Rozdiely medzi týmito diferenciami sú rádu 100 Hz. Keďže nestabilita teploty bola rádu 0,01 °C, čo odpovedá zmene rezonančných frekvencií sú-

stavy ca. o 150 Hz (dĺžka vodného stĺpca bola ca. 3 cm, koeficient teplotnej závislosti rýchlosti je ca. 2,5 m/s °C), možno povedať, že korekčné vzťahy platia s nepresnosťou menšou než celková chyba uvedeného merania. Táto chyba vyjadrená strednou kvadratickou odchýlkou (relatívnu) je 0,01 %.

LITERATÚRA

- [1] Bolef D. I., Menes M., Journ. of Appl. Physics 31 (19 60), 1010.
[2] Musil C., Strba F., Fyz. časop. SAV (v tlači).

Došlo 29. 9. 1967

Katedra fyziky
Vysoké školy dopravnéj,
Žilina

THE FREQUENCY DEPENDENCE OF CORRECTIONS IN THE ULTRASOUND VELOCITY MEASUREMENT BY THE INTERFEROMETER OF CONSTANT LENGTH

Juraj Braeinič, Ivan Turek

Summary

In this work relations are derived by the use of which it is possible (from the measured resonance frequencies of the acoustic interferometer with constant length, consisting of the sample, the electroacoustic transducers and the bond layers) to compute by the iterative method the resonance frequencies of the sample unloaded by the transducers which are required for the determination of the ultrasound velocity.