NIEKTORÉ VZŤAHY PRE VYSOKOTLAKOVÚ NÁDOBU V OBLASTI PRUŽNO-PLASTICKÝCH DEFORMÁCIÍ

OPTIMÁLNA VOĽBA PARAMETROV VYSOKOTLAKOVEJ NÁDOBY NAMÁHANEJ TLAKOM NIEKOĽKOTISÍC ATMOSFÉR

RUDOLF HAJOSSY, Bratislava

Vysokotlaková nádoba je dôležitou súčasťou aparatúr určených na vyšetrovanie vlastností plynov a kvapalín pri tlakoch niekoľkotisíc atmosfér [1, 2]. Autor sa s problémom vysokotlakovej nádoby stretol pri experimentoch s termicky ionizovanou plazmou získanou v balistickom kompresore [2]. (V tomto kompresore sa plyn adiabaticky stláča z tlaku ~ 1 atm na niekoľkotisíc atmosfér. Takýto dej, vďaka zvýšeniu teploty nad 1000 °K, doprevádza termická ionizácia adiabaticky stláčaného plynu.)

Vysokotlakovú nádobu balistického kompresora, ako aj mnohých iných vysokotlakových zariadení, tvorí hrubostenná trubica. Pri takých vysokých tlakoch sa namiesto jedinej trubice o hrúbke steny $b - a$ používa sústava dvoch trubíc (ďalej DS) o hrúbkach stien: $b - c_1$ a $c_2 - a$. Keďže polomer c_2 sa volí väčší ako c_1 (obr. 1), pri zostavovaní takejto sústavy je nevyhnutné vonkajšiu trubicu nasunúť na vnútornú za tepla. Po vychladnutí v DS vzniká predpätie, vďaka ktorému sa potom môže DS namáhať (v oblasti pružných deformácií) väčším tlakom ako obyčajná trubica tej istej geometrie.

Výpočet napätí obyčajnej hrubostennej trubice v oblasti pružných a pružno-plastických deformácií možno nájsť napr. v [3]. Výpočet napätí pre DS v oblasti pružných deformácií uvádza učebnica [4]. Optimálnou voľbou parametrov DS v tejto oblasti deformácií sa zaoberá práca [5], v ktorej sa vychádza z predpokladu, že najväčší prípustný tlak p sa dosiahne pri DS zostavenej z trubíc o rovnakej únosnosti, t. j. takých, ktoré pri tlaku p majú maximálne šmykové napätia rovnaké.

V tomto článku autor poukazuje na to, že optimálne parametre možno určiť aj metódou, pri ktorej sa varírujú integračné konštanty tak, aby riešenie rovnice rovnováhy pre element trubice (1) vyhovovalo príslušným fyzikálnym podmienkam kladeným na DS. Vďaka všeobecnosti tejto metódy, možno ju použiť aj pri vyšetrovaní DS v oblasti pružno-plastických deformácií, a to aj v prípade závislosti medze klzu σ_k od napätosti materiálu.

NIEKTORÉ VZŤAHY PRE TRUBICU V OBLASTI PRUŽNÝCH A PRUŽNO-PLASTICKÝCH DEFORMÁCIÍ

V článku budeme označovať radiálnu, obvodovú a osovú zložku hlavných napätí ako σ_r, σ_ϑ, σ_z, príslušné relatívne deformácie ako ε_r, ε_ϑ, ε_z, absolútnu deformáciu polomeru r ako Δ.

Pre jednoduchosť budeme predpokladať, že obidve trubice DS sú z rovnakého materiálu, charakterizovaného modulom pružnosti $E \sim 2 \,.\, 10^6$ kpcm^{-2}, koeficientom lineárnej tepelnej rozťažnosti $\alpha \sim 1{,}2 \,.\, 10^{-5}$ (°C^{-1}), medzou pružnosti totožnou s medzou klzu σ_k, Poissonovou konštantou ν, o ktorej znova pre jednoduchosť predpokladáme, že má hodnotu $\nu = 0{,}5$, a to aj v oblasti pružných deformácií. (V tejto oblasti $\nu \sim 0{,}3$.)

Závislosť medze klzu σ_k od napätosti materiálu zanedbávame. (Vplyv tohto javu na maximálne prípustný tlak v DS odhadneme až v dodatku.)

Rovnica rovnováhy pre element trubice má tvar [3]

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\vartheta = 0. \tag{1}$$

Ak predpokladáme, že $\varepsilon_z = 0$, t. j., že trubica sa pozdĺž osi nedeformuje (čo je splnené napríklad v prípade osovo upnutej trubice), potom na základe zovšeobecneného Hookovho zákona medzi napätiami a deformáciami v oblasti pružných deformácií materiálu platia vzťahy [3]

$$\sigma_r + \sigma_\vartheta = \text{const} = 2A, \qquad \sigma_z = 2\nu A, \tag{2a}$$

$$\Delta = \frac{r}{E}[\sigma_\vartheta - \nu(\sigma_z + \sigma_r)] \sim -\frac{3B}{2Er}. \tag{2b}$$

Z rovníc (1) a (2a) vyplýva, že závislosť radiálneho napätia od polomeru má tvar:

$$\sigma_r = A + \frac{B}{r^2}. \tag{2c}$$

V oblasti malých pružno-plastických deformácií (za predpokladu $\varepsilon_z = 0$) medzi napätiami platia vzťahy [3]:

$$\sigma_r - \sigma_\vartheta = \pm \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}}, \quad 2\sigma_z = \sigma_r + \sigma_\vartheta. \tag{3a}$$

Z rovníc (1) a (3a) potom pre závislosť radiálneho napätia od polomeru (v oblasti pružno-plastických deformácií) dostaneme výraz:

$$\sigma_r = \mp \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln r + C. \tag{3b}$$

Konštanty, A, B, C v rovniciach (2), (3) sa určujú z príslušných fyzikálnych okrajových podmienok.

OPTIMÁLNA VOĽBA PARAMETROV DS V OBLASTI PRUŽNÝCH DEFORMÁCIÍ

Uvažujme DS, ktorá vznikla zložením dvoch trubíc o hrúbkach stien: $c_2 - a$ a $b - c_1$, pričom $\delta = c_2 - c_1 > 0$, t. j., že teplota vonkajšej trubice sa musela zvýšiť o [4]:

$$\Delta T > \frac{\delta}{\alpha c_1}, \tag{4}$$

aby sa mohla nasunúť na vnútornú trubicu.

Pre každú z trubíc platia vzťahy (2), (3), v dôsledku čoho môžeme napísať:

$$\sigma_r = A_a + \frac{B_a}{r^2}, \ \ldots, \quad \text{pre } a \leq r \leq c,$$

$$\sigma_r = A_b + \frac{B_b}{r^2}, \ \ldots, \quad \text{pre } c \leq r \leq b,$$

kde konštanty A, B určíme z okrajových podmienok, zrejmých z obr. 1

$$-p = A_a + \frac{B_a}{a^2}, \qquad 0 = A_b + \frac{B_b}{b^2}, \tag{5a}$$

z podmienky spojitosti σ_r v $r = c$:

$$A_a + \frac{B_a}{c^2} = A_b + \frac{B_b}{c^2}. \tag{5b}$$

Ak absolútne deformácie označíme: $c - c_1 = \Delta_1$, $c - c_2 = \Delta_2$, pre ktoré platí (obr. 1):

$$\Delta_1 = \delta + \Delta_2,$$

Koeficienty A, B, C vo vzťahoch (2), (3), tak ako v predošlom, určíme z okrajových podmienok, ktoré sú zrejmé z obr. 2:

$$-p = \mp \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln a + C_a, \quad 0 = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln b + C_b \tag{15}$$

a z podmienky spojitosti σ_r v $r = r_0$ a v $r = c$:

$$\mp \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln r_0 + C_a = A + \frac{B}{r_0^2}. \tag{16a}$$

$$A + \frac{B}{c^2} = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln c + C_b. \tag{16b}$$

V intervale $c \leq r \leq b$ berieme pri logaritmickom člene znamienko „+", keďže pri $r = b$ je $\sigma_r = 0$ a $\sigma_\vartheta > 0$ (pretože vonkajšia trubica je namáhaná na ťah) z čoho vyplýva, že $\sigma_r - \sigma_\vartheta < 0$ [3].

Keďže nepoznáme ani tlak p, ani r_0 rozhranie medzi oblasťami pružných a pružno-plastických deformácií vnútornej trubice, potom v štyroch rovniciach (15) a (16) máme šesť neznámych parametrov. Je zrejmé, že ešte potrebujeme ďalšie dve nezávislé podmienky:

Keďže v $r = r_0$ je hranica pružných a pružno-plastických deformácií, potom tam podľa vzťahov (2) a (3) platí:

$$\sigma_r - \sigma_\vartheta = \pm \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} = \frac{2B}{r_0^2}. \tag{17}$$

Ďalšiu podmienku dostaneme zo vzťahu pre absolútne deformácie polomerov c_1 a c_2, zrejmého z obr. 2:

$$\Delta_1 = \delta + \Delta_2, \tag{18}$$

kde

$$\Delta_2 = c - c_2 \sim -\frac{3}{2} \frac{B}{Ec} \tag{19a}$$

je daná vzťahom (2b). Deformáciu $\Delta_1 = c - c_1$ nemôžeme určiť pomocou vzťahu (2b), ktorý platí iba v oblasti pružných deformácií. Deformáciu Δ_1 môžeme však stanoviť z podmienky nestlačiteľnosti plasticky deformovaného materiálu:

$$b^2 - (c_1 + \Delta_1)^2 = (b - \Delta_b)^2 - c_1^2, \tag{19b}$$

okrajovej podmienky $\sigma_r = 0$ pre $r = b$ a zo skutočnosti, že pri maximálnom tlaku plastické deformácie práve dosiahli povrch $r = b$, v dôsledku čoho pre

$r = b$ vzťahy (2), (3) platia súčasne. Pre príslušnú deformáciu Δ_b steny $r = b$ potom dostaneme hodnotu:

$$\Delta_b = \frac{b}{E}\left(\sigma_\vartheta - \frac{1}{2}\sigma_z\right) = kb. \tag{19c}$$

Zo vzťahov (19b), (19c) pre deformáciu Δ_1 vyplýva, že:

$$\Delta_1 \sim \Delta_b \frac{b}{c} = \frac{kb^2}{c}. \tag{19d}$$

Podmienka (18) potom na základe vzťahov (19a), (19d) má v oblasti plastických deformácií konečný tvar:

$$B = \frac{2}{3} Ec\delta - \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} b^2. \tag{20}$$

Riešením sústavy rovníc (15), (16), (17) dostaneme vzťahy:

$$p = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{ab}{cr_0} - \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} + \frac{|B|}{c^2}, \text{ pre } B > 0, \tag{21}$$

$$p = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{br_0}{ac} + \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} - \frac{|B|}{c^2}, \text{ pre } B < 0, \tag{22}$$

pričom B určíme z rovnice (20).

Keďže pri odvodzovaní vzťahov (21) a (22) sme predpokladali, že hranica r_0 leží v intervale: $a \leq r_0 \leq c$, potom zo vzťahov (17) a (20) vyplýva, že pri δ z intervalu hodnôt:

$$k\frac{b^2 - c^2}{c} \leq \delta \leq k\frac{b^2 - a^2}{c} \tag{23}$$

je tlak p určený vzťahom (22) a pri δ z intervalu:

$$k\frac{b^2 + a^2}{c} \leq \delta \leq k\frac{b^2 + c^2}{c} \tag{24}$$

je tlak p určený vzťahom (21).

Nerovnosti (23) a (24) rozdeľujú plochu $\delta(c)$ na päť charakteristických oblastí (obr. 7).

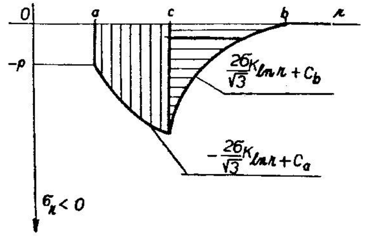
1. oblasť: určuje ju interval:

$$0 \leq \delta \leq k\frac{b^2 - c^2}{c} = \delta_{pl}, \tag{25}$$

pričom charakteristický priebeh radiálneho napätia v tejto oblasti je znázornený na obr. 3.

Pri $\delta = 0$ sa DS vlastne redukuje na obyčajnú hrubostennú trubicu s hrúbkou steny $b - a$. Ak tlak p zvyšujeme na vnútornú stenu takejto trubice, plastické deformácie sa postupne šíria od $r = a$ k vonkajšej stene $r = b$, ktorú dosiahnu pri tlaku [3]:

$$p_{\mathrm{pl}} = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{b}{a} \,. \tag{26}$$



Obr. 3. Schematický priebeh radiálnej zložky napätia σ_r pozdĺž hrúbky steny DS, charakteristický pre δ z 1. oblasti, t. j. z intervalu $0 \leqslant \delta \leqslant \delta_{\mathrm{pl}}$. Pri maximálnom tlaku p sú vnútorné (zvislé šrafovanie) aj vonkajšia (vodorovné šrafovanie) trubica celé plasticky deformované.

Pri hornej hranici δ_{pl} hranica plastických a pružných deformácií práve dosiahne vonkajší polomer c_2 vnútornej trubice, a teda: $r_0 = c$, $B = -\frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} c^2 < 0$, v dôsledku čoho tlak p dosiahne hodnotu (26), ako to vyplýva zo vzťahov (20) a (22).

Keďže v celej 1. oblasti (až na hornú hranicu: δ_{pl}) vzťah (23) nie je splnený, preto aj tlak p nemožno určovať z rovnice (22). Môžeme ho však určiť zo skutočnosti, že pri maximálnom tlaku p (ako vyplýva z úvah na hraniciach intervalu) sú obidve trubice DS deformované plasticky, v dôsledku čoho môžeme písať:

$$\sigma_r = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln r + C_a, \qquad \text{pre } a \leq r \leq c,$$

$$\sigma_r = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln r + C_b, \qquad \text{pre } c \leq r \leq b.$$

Aj pri logaritmickom člene v intervale $a \leq r \leq c$ platí znamienko „+“, keďže pri hraničnom δ je $B < 0$.

Z okrajových podmienok, ktoré aj v tejto oblasti majú tvar (15), a z podmienky spojitosti v $r = c$ vyplýva, že $C_a = C_b$, v dôsledku čoho v celej 1. oblasti maximálny tlak určuje vzťah (26), ktorý nezávisí od parametrov c a δ.

2. oblasť: charakteristický priebeh radiálneho napätia v tejto oblasti zobrazuje obr. 2.

Interval hodnôt δ určuje vzťah (23), takže maximálny tlak p je daný vzťahmi (22), (20), (17).

Zo vzťahu (22) vyplýva, že v 2. oblasti možno dosiahnuť maximálne tlak $p = p_{\mathrm{pl}}$, a to pri δ z dolnej hranice intervalu (23).

Pre δ z hornej hranice tohto intervalu je: $r_0 = a$, $B = \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} a^2 < 0$, v dôsledku čoho p dosiahne hodnoty:

$$p = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{b}{c} + \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{a^2}{c^2}\right) < p_{pl}. \tag{27}$$

Keďže $r_0 = a$, pri tlaku (27) bude celá vonkajšia trubica plasticky deformovaná, kým vnútorná trubica je (až na $r = a$) deformovaná pružne.

Vzťah (27) dovoľuje overiť neprotirečivosť a jednotnosť používanej teórie výpočtu maximálne prípustného tlaku v pružnej a v pružno-plastickej oblasti deformácií.

Ak je DS realizovaná tak, že súčasne platí: $r_0 = a$, $c = b$, $\delta = k \frac{b^2 - a^2}{b}$, potom ako vidieť z obr. 7 alebo zo vzťahu (10) bod $c = b$, $\delta = \frac{b^2 - a^2}{b}$ z hornej hranice intervalu (23) je súčasne aj bodom, v ktorom (z hľadiska pružných deformácií) maximálny tlak dosahuje hodnotu p_{el}. V dôsledku tejto skutočnosti je samozrejmé, že tlak

$$p_0 = \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right), \tag{28}$$

určený zo vzťahu (27), rovná sa tlaku p_{el} určenému vzťahom (9).

Ak $c \sim b$, vonkajšia trubica nemá praktický vplyv na maximálne prípustný tlak p_0 v DS. Z uvedeného vidieť, že tlak p_0 musí byť taký ako v prípade obyčajnej trubice s rovnakou hrúbkou steny $b - a$. Keďže obyčajná trubica je vlastne DS s $\delta = 0$, potom pomocou vzťahov (10) a (9) skutočne v prípade obyčajnej trubice (v oblasti pružných deformácií) pre maximálne prípustný tlak dostaneme hodnotu p_0.

3. oblasť: určuje ju interval:

$$k \frac{b^2 - a^2}{c} \leq \delta \leq k \frac{b^2 - a^2}{c}, \tag{29}$$

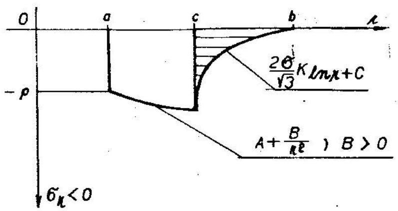
pričom charakteristický priebeh radiálneho napätia v tejto oblasti znázorňuje obr. 4.

Pre dolnú hranicu δ platí vzťah (23), a teda tlak (27).

Pre hornú hranicu δ platí vzťah (24), a tlak určujú vzťahy (21), (20), (17). Na tejto hranici teda platia vzťahy:

$$r_0 = a, \qquad B = \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} a^2 > 0,$$

$$p = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{b}{c} - \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{a^2}{c^2}\right) \leq p_{pl}. \tag{30}$$



Obr. 4. Schematický priebeh radiálnej zložky napätia σ_r pozdĺž hrúbky steny DS, charakteristický pre δ z 3. oblasti, t. j. z intervalu $k \dfrac{b^2 - a^2}{c} \leqslant \delta \leqslant k \dfrac{b^2 + a^2}{c}$ (obr. 7). Pri maximálnom tlaku p je vonkajšia trubica (vyšrafovaná časť) celá plasticky deformovaná.

Pre ostatné δ tlak p určíme z podmienky, že v celej 3. oblasti pri maximálnom tlaku p je vonkajšia trubica úplne plasticky deformovaná, kým vo vnútornej sú iba pružné deformácie. (Táto skutočnosť vyplýva z úvah na hraniciach intervalu (29).) Z uvedeného vyplýva (pozri obr. 4), že okrajové podmienky budú mať tvar:

$$\frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln b + C = 0, \qquad -p = A + \frac{B}{a^2}$$

a podmienku spojitosti v $r = c$ môžeme písať ako:

$$A + \frac{B}{c^2} = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln c + C.$$

Z týchto rovníc vyplýva, že v 3. oblasti je tlak p daný vzťahom:

$$p = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{b}{c} - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}\right) B, \tag{31}$$

kde B určíme zo vzorca (20), ktorý platí aj v tejto oblasti, keďže tu platia vzťahy (18), (19a), (19d), z ktorých bol odvodený. (V 1. oblasti vzťah (20) neplatí, pretože tam neplatí ani vzťah (19a). Ako uvidíme ďalej, vzťah (20) z rovnakej príčiny neplatí ani v 5. oblasti.)

Zo vzťahu (31) vidieť, že pre

$$B = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \frac{c^2 a^2}{c^2 - a^2} \ln \frac{b}{c} \geq 0, \tag{32}$$

je $p = 0$, čo znamená, že napätia, ktoré vznikajú od δ určeného rovnicami (20), (32), sú už také veľké, že plasticky deformujú celú vonkajšiu trubicu. Podmienka (32) určuje teda hornú hranicu prípustných hodnôt δ.

Zo vzťahov (20), (32) vyplýva, že pri $B = 0$ je

$$c = b, \quad \delta = kb,$$

$$\text{pri } B = \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} a^2 \text{ a } a^2 \ll b^2 \text{ je } c \sim \frac{b}{e}, \ \delta = k \frac{b^2 + a^2}{c}.$$

4. oblasť: charakteristický priebeh radiálneho napätia v tejto oblasti zobrazuje obr. 5.

Interval hodnôt δ určuje vzťah (24) a maximálny tlak p dodávajú vzťahy (17), (20), (21).

V tejto oblasti sa dá maximálne dosiahnuť tlak (30), a to na dolnej hranici intervalu (24).

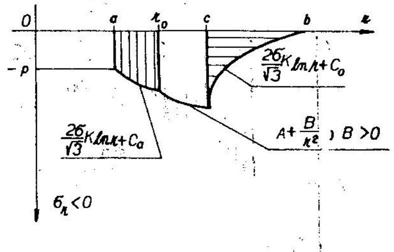
Ako sme už ukázali, výraz (30) je nulový pre $c \sim \dfrac{b}{\sqrt{e}}$.

Na hornej hranici, podľa (21), má tlak p hodnotu:

$$p = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{ab}{c^2} \leq \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{b}{a}. \tag{33}$$

Z (33) vyplýva, že pri δ z hornej hranice intervalu (24), t. j. pri $\delta = k \dfrac{b^2 + c^2}{c}$, je $p = 0$, ak $c = \sqrt{ab}$.

Obr. 5. Schematický priebeh radiálnej zložky napätia σ_r pozdĺž hrúbky steny DS, charakteristický pre δ zo 4. oblasti, t. j. z intervalu $k \dfrac{b^2 + a^2}{c} \leqslant \delta \leqslant k \dfrac{b^2 + c^2}{c}$ (obr. 7). Pri maximálnom tlaku p plastické deformácie zasiahnu celú vonkajšiu trubicu (vodorovné šrafovanie) a časť vnútornej trubice $r_0 - a$ (zvislé šrafovanie).



Z uvedeného vidieť, že 4. oblasť sa dá dosiahnuť iba pri $c \leq b/\sqrt{e}$, a 5. oblasť iba pri $c \leq \sqrt{ab}$.

Zo vzťahu (21) dostaneme podmienku pre maximálne prípustné hodnoty δ, analogickú vzťahu (32) v tvare:

$$B = c^2 \left(\frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} - \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{ab}{c r_0} \right) c^2 > 0. \tag{34}$$

Maximálnu hodnotu δ určujú nielen vzťahy (20) a (32), (34), ale aj metóda použitá pri realizácii DS.

Ak pri zostavovaní DS sa na odstránenie rozdielu polomerov δ používa vyššia teplota vonkajšej trubice, potom pri realizácii DS vo 4. oblasti je nevyhnutné splniť podmienku:

$$\Delta T > \frac{k}{\alpha} \frac{b^2 + a^2}{c^2} > \frac{k}{\alpha} e \sim 600\ °C, \tag{35}$$

vyplývajúcu zo vzťahov (4) a (24). Zo vzťahu (35) vyplýva, že uvedená metóda v prípade DS z kvalitnej ocele prakticky nedovoľuje realizovať 4. oblasť.

5. oblasť: určuje ju interval:

$$\delta \geq k \frac{b^2 + c^2}{c}, \tag{36}$$

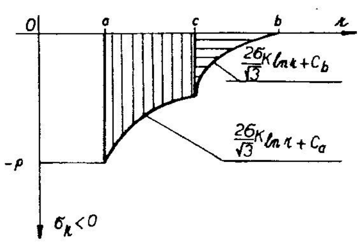
pričom charakteristický priebeh radiálneho napätia v tejto oblasti znázorňuje obr. 6.

Na dolnej hranici tejto oblasti tlak p určuje vzťah (33).

V ostatnej časti oblasti neplatí vzťah (24), a teda tlak pomocou rovnice (21) nemôžeme určovať. Môžeme ho však určiť zo skutočnosti, že pri maximálnom tlaku sú v tejto oblasti obidve trubice DS plasticky deformované (na dolnej hranici je $r_0 = c$).

Okrajové podmienky (15), zrejmé z obr. 6, potom budú mať tvar

$$-p = -\frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln a + C_a, \qquad 0 = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln b + C_b.$$



Obr. 6. Schematický priebeh radiálnej zložky napätia σ_r pozdĺž hrúbky steny DS, charakteristický pre δ z 5. oblasti, t. j. z intervalu $k \frac{b^2 + c^2}{c} \leqslant \delta$ (obr. 7). Pri maximálnom tlaku p sú vonkajšia časť (vodorovné šrafovanie) aj vnútorná (zvislé šrafovanie) trubica celé plasticky deformované.

Pri logaritmickom člene pre vnútornú trubicu je znamienko „—", keďže na hranici je $B > 0$.

Spojitosť radiálneho napätia v $r = c$ dáva vzťah:

$$-\frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln c + C_a = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln c + C_b.$$

Pre maximálny tlak v 5. oblasti potom dostaneme vzťah:

$$p = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{ab}{c^2} \leq p_{el}. \tag{37}$$

Zo vzťahu (37) vidieť, že iba pre $c \leq \sqrt{ab}$ je $p \geq 0$. Táto skutočnosť je pochopiteľná, keďže v 5. oblasti je napätie vyvolané rozdielom δ spoločného polomeru c už také veľké, že plasticky deformuje DS. Pri $c > \sqrt{ab}$ má vonkajšia trubica v porovnaní s vnútornou väčšiu únosnosť, a preto bude celá plasticky deformovaná skôr ako vnútorná. Vonkajšia trubica je namáhaná na ťah, preto, keď plastické deformácie dosiahnu $r = b$, materiál začne „tiecť", pretože tento stav je nerovnovážny [3], a DS sa poruší.

V prípade $c < \sqrt{ab}$ vnútorná trubica má menšiu únosnosť v porovnaní s vonkajšou, preto plastické deformácie dosiahnu skôr $r = c$, ako $r = b$. V 5. oblasti je vnútorná trubica namáhaná na tlak (na hranici je $B > 0$), takže aj v prípade, keď bude celá plasticky deformovaná, bude v rovnovážnom stave (nebude „tiecť"), čo umožňuje zvýšiť tlak p až na hodnotu, pri ktorej plastické deformácie vonkajšej trubice dosiahnu $r = b$.

Zo vzťahov (4) a (36) vyplýva, že na odstránenie počiatočného rozdielu polomerov δ by bolo potrebné dosiahnuť rozdiel teplôt vonkajšej a vnútornej trubice:

$$\Delta T > \frac{k}{\alpha} \cdot \frac{b^2 + c^2}{c^2} \geq \frac{k}{\alpha} \left(1 + \frac{b}{\alpha} \right) \sim 2000\ °C,$$

ktorý sa v prípade hrubostennej DS z kvalitnej ocele nedá realizovať.

Z porovnania vzťahov (26), (27), (31), (33), (37) vidieť, že DS možno maximálne namáhať tlakom p_{pl} určeným vzťahom (26). Tento tlak možno dosiahnuť v celej realizovateľnej časti 1. oblasti.

ZÁVER

Riešenie rovnice rovnice (1), pre element trubice, s príslušnými fyzikálnymi okrajovými podmienkami umožňuje neprotirečivo opísať vlastnosti vysokotlakovej nádoby vytvorenej z dvoch na seba nalisovaných trubíc.

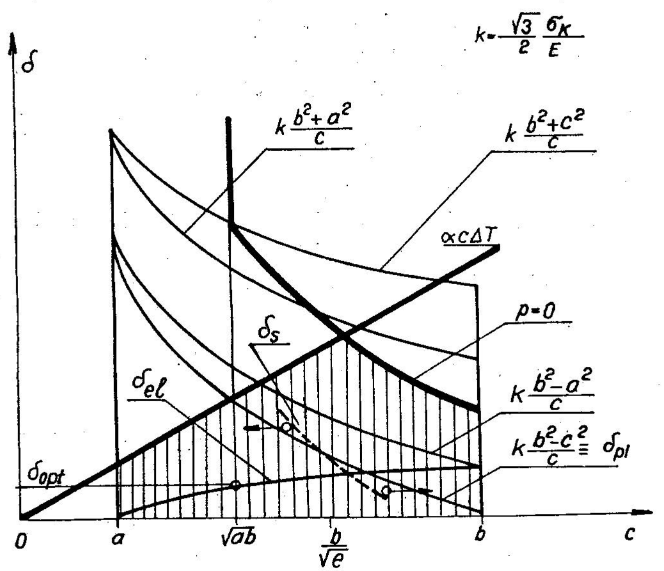
V oblasti pružných deformácií možno vysokotlakovú nádobu tohto typu maximálne namáhať vnútorným tlakom (obr. 1):

$$p_{\text{opt}} = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}}\left(1 - \frac{a}{b}\right), \tag{14}$$

a to v prípade, že počiatočný rozdiel δ v polomeroch c_1, c_2 má hodnotu:

$$\delta_{\text{opt}} = k\frac{b - a}{b}\sqrt{ab}, \qquad k = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{\sigma_k}{E} \tag{13}$$

a veľkosť spoločného polomeru je: $c_{\text{opt}} = \sqrt{ab}$. (12)



Obr. 7. Schematické rozdelenie hodnôt počiatočného rozdielu δ polomerov c_1, c_2 na charakteristické oblasti z hľadiska maximálneho tlaku v oblasti pružno-plastických deformácií. V optimálnej oblasti hodnôt δ určenej intervalom $0 \leqslant \delta \leqslant \delta_{\text{pl}}$ je maximálny tlak p_{pl} určený vzťahom (26). Pri realizácii DS (s parametrami δ, c vo vyšrafovanej oblasti) možno na odstránenie počiatočného rozdielu δ v spoločnom polomere c použiť teplotný rozdiel $\Delta T < 400$ °C. Prerušovaná čiara δ_s ukazuje priebeh hornej hranice optimálnych hodnôt δ_{pl} v prípade závislosti medze klzu σ_k materiálu od napätí. Pri uvážení tejto závislosti má DS charakterizovaná veličinami δ, c označenými krúžkom rovnaké vlastnosti ako DS s hodnotami δ, c určenými hrotom šípky a s medzou klzu σ_k nezávislou od napätí. Z hľadiska maximálneho tlaku v oblasti pružných deformácií pri danom polomere c je najvýhodnejšie voliť δ určené krivkou δ_{el}. Optimálna hodnota δ_{opt}, c_{opt} parametrov δ, c určené vzťahmi (12), (13) je označená krúžkom.

DS s optimálnymi parametrami možno realizovať napríklad tak, že počiatočný rozdiel δ_{opt} sa dočasne odstráni vďaka vyššej teplote vonkajšej trubice. Trubice s teplotným rozdielom

$$\Delta T > \frac{k}{\alpha}\left(1 - \frac{a}{b}\right) \tag{14}$$

sa potom nalisujú na seba.

V oblasti pružno-plastických deformácií možno DS namáhať maximálne tlakom

$$p_{\text{pl}} = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}}\ln\frac{b}{a}, \tag{26}$$

a to v 1. oblasti, v ktorej počiatočný rozdiel δ je z intervalu hodnôt (obr. 7):

$$0 \leq \delta \leq k\frac{b^2 - c^2}{c} = \delta_{\text{pl}}, \tag{25}$$

Parametre c_{opt}, δ_{opt} sú optimálne aj z hľadiska pružnoplastických deformácií, a to aj v prípade, keď uvážime závislosť medze klzu od napätí (2D), ktorú sme v doterajších úvahách zanedbávali (pozri dodatok).

Keď uvážime aj túto závislosť, potom pre maximálny tlak $p_{\max}$, ktorým možno namáhať DS, dostaneme výraz:

$$p_{\max} = \frac{\sigma_k}{q}\left(e^{\frac{q\xi}{q+\sqrt{3}}} - 1\right), \quad \text{kde } \xi = 2\ln\frac{b}{a}. \tag{13D}$$

Vzťah (13D) platí pre DS, ktorých δ je z intervalu: $0 \leq \delta \leq \delta_s$, pričom horná hranica intervalu má kvalitatívne takéto vlastnosti (obr. 7): $\delta_{\text{opt}} < \delta_s$ pre

$$c < \frac{b}{\sqrt{e}} \text{ a } \delta_{\text{pl}} > \delta_s \text{ pre } c > \frac{b}{\sqrt{e}}.$$

Vzťah (26) je limitným prípadom ($q \to 0$) rovnice (13D).

Obyčajná trubica je vlastne špeciálnym prípadom DS s parametrom $\delta = 0$. Takúto DS možno pružne deformovať maximálne tlakom:

$$p_0 = \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}}\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right). \tag{28}$$

Z porovnania vzťahov (11) a (28) vyplýva, že DS pri vhodnej voľbe parametrov c a δ umožňuje zvýšiť prípustné namáhanie v oblasti pružných deformácií v pomere:

$$2 > \frac{p_{\text{opt}}}{p_0} = \frac{2b}{a + b} > 1.$$

V pružno-plastickej oblasti deformácií je maximálne prípustný tlak v obyčajnej trubici určený vzťahom (26), resp. (13D), z čoho vidieť, že z hľadiska plastických deformácií dvojtrubicová sústava nie je výhodnejšia ako obyčajná hrubostenná trubica rovnakej geometrie.

Z porovnania vzťahov (26) a (13D) vyplýva, že pri $\xi \gtrsim 2{,}3$, $q \sim 0{,}3\sqrt{3}$ dôjde ku zvýšeniu prípustného tlaku p_{pl} v pomere:

$$\frac{p_{\max}}{p_{\mathrm{pl}}} = \frac{\sqrt{3}}{q\xi}\left(\mathrm{e}^{\frac{q\xi}{q+\sqrt{3}}} - 1\right) \gtrsim 1. \tag{15D}$$

Na ilustráciu možno uviesť, že pri $a = 1{,}3$ cm, $b = 10$ cm, $\sigma_k \sim 6 \cdot 10^3$ kpcm^{-2} je najvýhodnejšie voliť DS s parametrami $c_{\mathrm{opt}} \sim 3{,}6$ cm, $\delta_{\mathrm{opt}} \sim 8 \cdot 10^{-3}$ cm.

Pri realizácii takejto DS je nevyhnutné vytvoriť teplotný rozdiel $\Delta T > 195$ °C.

DS s takýmito parametrami môžeme v oblasti pružných deformácií zaťažiť maximálne tlakom $p_{\mathrm{opt}} \sim 6000$ kpcm^{-2}.

Optimálna voľba c a δ umožňuje zvýšiť tlak p 1,7-krát v porovnaní s prípustným tlakom $p_0 \sim 3400$ kpcm^{-2} pri obyčajnej trubici s rovnakými polomermi a, b.

V oblasti pružno-plastických deformácií možno DS s uvedenými parametrami namáhať maximálne tlakom $p_{\mathrm{pl}} \sim 14\,200$ kpcm^{-2}.

Keďže $a < \dfrac{b}{\mathrm{e}}$, sme oprávnení použiť vzťah (13D), z ktorého vyplýva, že DS s uvedenými optimálnymi parametrami možno namáhať maximálne tlakom $p_{\max} \sim 17\,700$ kpcm^{-2}, čo znamená, že závislosť medze klzu σ_k od napätí vyvoláva zvýšenie maximálne prípustného tlaku p_{pl} o 25 %.

DODATOK

Ak napätosť charakterizujeme stredným hydrostatickým tlakom $\bar{\sigma} = \frac{1}{3}(\sigma_r + \sigma_\vartheta + \sigma_z)$, potom závislosť medze klzu σ od napätí môžeme písať v tvare:

$$\sigma = S(\bar{\sigma}). \tag{1D}$$

V celom dodatku medzu klzu označujeme ako σ, ak táto závisí od napätí, kým σ_k aj naďalej označuje konštantu materiálu nezávislú od napätí, vystupujúcu v experimentálne určenej závislosti $S(\bar{\sigma})$ pre oceľ [5]:

$$S = \sigma_k - q\sigma, \tag{2D}$$

pričom $q \sim 0{,}3\sqrt{3} > 0$.

Ďalej určíme niektoré vzťahy pre DS v 1. oblasti.

Výpočtom napätí pre všeobecný tvar závislosti S danej výrazom (1D) sa zaoberá práca [5]. Keďže však výpočet v uvedenej monografii zaťažuje systematická chyba v znamienku, potom získaný výsledok poskytuje príliš vysoký odhad pre maximálny tlak, na čo upozorňujú aj sami autori [5]. Z týchto príčin tu načrtneme výpočet napätí, pri závislosti σ od napätí danej vzťahmi (1D), (2D):

Rovnica rovnováhy (1) pre element trubice:

$$r\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + \sigma_r - \sigma_\vartheta = 0 \tag{3D}$$

platí úplne všeobecne. Podobne všeobecnú platnosť v oblasti pružno-plastických deformácií osove upnutej trubice majú aj vzťahy (3a)

$$\sigma_r - \sigma_\vartheta = \pm\frac{2\sigma}{\sqrt{3}}, \qquad \sigma_z = \bar{\sigma} = \frac{\sigma_r + \sigma_\vartheta}{2}. \tag{4D}$$

Ak predpokladáme, že σ v rovniciach (4D) určuje závislosť (1D), potom rovnice (4D) a (3D) môžeme redukovať na sústavu rovníc:

$$\sigma_r = \bar{\sigma} \pm \frac{S(\bar{\sigma})}{\sqrt{3}}, \tag{5D}$$

$$\left[\frac{\sqrt{3}}{S(\bar{\sigma})} \pm \frac{S'(\bar{\sigma})}{S(\bar{\sigma})}\right]\mathrm{d}\bar{\sigma} = \mp\frac{2}{r}\,\mathrm{d}r. \tag{6D}$$

Všeobecné riešenie rovnice (6D) má implicitný tvar:

$$\sqrt{3}\int_{\bar{\sigma}_{r_1}}^{\bar{\sigma}_{r_2}} \frac{\mathrm{d}\bar{\sigma}}{S(\bar{\sigma})} = \mp\ln\frac{r_2^2\, S(\bar{\sigma}_{r_2})}{r_1^2\, S(\bar{\sigma}_{r_1})}, \tag{7D}$$

kde hodnoty $\bar{\sigma}$ pre $r = r_1$, resp. $r = r_2$, sú $\bar{\sigma}_{r_1}$, resp. $\bar{\sigma}_{r_2}$, a môžeme ich určiť z okrajových podmienok, ktoré dostaneme zo vzťahu (5D):

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -p_{r'1} - p_{r_1} = \bar{\sigma}_{r_1} \pm \frac{S(\bar{\sigma}_{r_1})}{\sqrt{3}}, &\quad &\text{pre } r = r_1,\\ \sigma_r &= -p_{r'2} - p_{r_2} = \bar{\sigma}_{r_2} \pm \frac{S(\bar{\sigma}_{r_2})}{\sqrt{3}}, &\quad &\text{pre } r = r_2. \end{aligned} \tag{8D}$$

Ako sme už uviedli v predchádzajúcom, prakticky najväčší význam má DS v 1. oblasti, t. j. vtedy, keď pri maximálnom tlaku p sú obidve trubice plasticky deformované. V tejto oblasti pre obidve trubice vo vzťahu (4D) platí znamienko „—", t. j., že vo všetkých doteraz uvedených vzťahoch, ktoré sú všeobecné, platí dolné znamienko.

Všetky uvedené vzťahy môžeme aplikovať na každú trubicu DS osobitne. Potom môžeme napísať:

$$\sqrt{3}\int\limits_{\bar{\sigma}_{c_1}}^{\bar{\sigma}_b} \frac{d\bar{\sigma}}{S(\bar{\sigma})} = \ln \frac{b^2}{c^2}\,\frac{S(\bar{\sigma}_b)}{S(\bar{\sigma}_{c_1})}, \tag{9D}$$

$$\sqrt{3}\int\limits_{\bar{\sigma}_a}^{\bar{\sigma}_{c_2}} \frac{d\bar{\sigma}}{S(\bar{\sigma})} = \ln \frac{c^2}{a^2}\,\frac{S(\bar{\sigma}_{c_2})}{S(\sigma_a)}, \tag{10D}$$

kde $\bar{\sigma}_{c_2}$, resp. $\bar{\sigma}_{c_1}$ znamená hodnotu $\bar{\sigma}$ v $r = c$ vnútornej, resp. vonkajšej trubice. Z podmienky spojitosti σ_r v $r = c$ však dostaneme, že v 1. oblasti (v iných to nemusí platiť) je $\bar{\sigma}_{c_2} = \bar{\sigma}_{c_1}$. Potom z rovníc (9D), (10D) dostaneme podmienku

$$\sqrt{3}\int\limits_{\bar{\sigma}_a}^{\bar{\sigma}_b} \frac{d\bar{\sigma}}{S(\bar{\sigma})} = \ln \frac{b^2}{a^2}\,\frac{S(\bar{\sigma}_b)}{S(\bar{\sigma}_a)}, \tag{11D}$$

pričom $\bar{\sigma}_a$, $\bar{\sigma}_b$ určíme z okrajových podmienok (8D), ktoré budú mať tvar:

$$-p = \bar{\sigma}_a - \frac{S(\bar{\sigma}_a)}{\sqrt{3}}, \qquad 0 = \bar{\sigma}_b - \frac{S(\bar{\sigma}_b)}{\sqrt{3}}. \tag{12D}$$

Keďže v troch rovniciach (11D), (12D) vystupujú tri premenné parametre $\bar{\sigma}_a$, $\bar{\sigma}_b$, p, potom z nich môžeme jednoznačne určiť tlak p. Ak však uvedené vzťahy nezávisia od spoločného polomeru c, potom pre celú 1. oblasť, a teda aj pre obyčajnú trubicu ($c = a$), vzťahy (11D), (12D) dávajú rovnaký maximálne prípustný tlak $p_{\max}$.

Vidieť, že aj z hľadiska plastických deformácií materiálu so všeobecnou závislosťou medze tečenia (1D), nie je DS výhodnejšia ako obyčajná hrubostenná trubica s rovnakou hrúbkou steny $b - a$.

Ak predpokladáme konkrétny tvar závislosti σ podľa (2D), potom zo vzťahov (2D), (11D), (12D) dostaneme, že v 1. oblasti možno DS namáhať maximálne tlakom

$$p_{\max} = \frac{\sigma_k}{q}\left(e^{\frac{q\xi}{q+\sqrt{3}}} - 1\right), \tag{13D}$$

kde $\xi = 2 \ln \frac{b}{a}$.

V limitnom prípade ($q \to 0$) dostaneme známy vzťah (26):

$$p_{\mathrm{pl}} = \frac{\sigma_k \xi}{\sqrt{3}} = \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{b}{a}. \tag{14D}$$

Zo vzťahov (13D), (14D) vyplýva, že ak $q \sim 0{,}3\sqrt{3}$, potom pre $\xi \gtrsim 2{,}3$ alebo inak, $a \lesssim 0{,}32b$ je $p_{\max} \gtrsim p_{\mathrm{pl}}$.

Pri $\xi = 4{,}1$, je

$$\frac{p_{\max}}{p_{\mathrm{pl}}} = \frac{\sqrt{3}}{q\xi}\left(e^{\frac{q\xi}{q+\sqrt{3}}} - 1\right) \sim 1{,}25, \tag{15D}$$

kým podľa [5] by pomer $\frac{p_{\max}}{p_{\mathrm{pl}}}$ pre $\xi = 4{,}1$ bol daný výrazom

$$\frac{p_{\max}}{p_{\mathrm{pl}}} = \frac{\sqrt{3}}{q\xi}\left(e^{\frac{q\xi}{\sqrt{3}-q}} - 1\right) \sim 4, \tag{16D}$$

čo by pri $\sigma_k \sim 6 \,.\, 10^3$ kpcm^{-2} predstavovalo zvýšenie prípustného tlaku $p_{\mathrm{pl}} \sim 1{,}4 \,.\, 10^4$ kpcm^{-2}, vďaka závislosti $S(\bar{\sigma}_k)$ od hodnoty $p_{\max} \sim 5{,}6 \,.\, 10^4$ kpcm^{-2}, ktorá je príliš vysoká.

Treba ešte poznamenať, že horná hranica 1. oblasti daná výrazom (25):

$$\delta_{\mathrm{pl}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{\sigma}{E}\,\frac{b^2 - c^2}{c} \tag{17D}$$

predstavuje iba priblíženie pre prípad, že $\sigma = \sigma_k$.

Priebeh skutočnej hranice δ_s môžeme kvalitatívne určiť takto:
Pre δ_{pl} z (17D) je pri maximálnom tlaku p hranica r_0 pružných a pružno-plastických deformácií v $r = c$. Potom podľa vzťahov (2), (4D), (15), (16) pre $\bar{\sigma}_{c_2}$ dostaneme:

$$\bar{\sigma}_{c_2} = A \sim \frac{\sigma_k}{\sqrt{3}} - \frac{2\sigma_k}{\sqrt{3}} \ln \frac{b}{c}. \tag{18D}$$

Zo vzťahu (18D) je zrejmé, že pri $c \sim \frac{b}{\sqrt{e}}$ je $\bar{\sigma} = 0$, a teda $\sigma = \sigma_k$, v dôsledku čoho je hranica (17D) pre toto c určená správne, t. j. $\delta_s \sim \delta_{\mathrm{pl}}$.

Pre $c > \frac{b}{\sqrt{e}}$ je $\bar{\sigma} > 0$, v dôsledku čoho je $\delta_s < \delta_{\mathrm{pl}}$. Analogicky, pre $c < \frac{b}{\sqrt{e}}$ je $\bar{\sigma} < 0$, a teda $\delta_s > \delta_{\mathrm{pl}}$ (obr. 7).

Tento výsledok pre δ_s je v zhode s uvedeným tvrdením, že pre $a \lesssim 0{,}32b < \frac{b}{\sqrt{e}}$ je $p_{max}/p_{pl} \gtrsim 1$.

Skutočne, pri $c < 0{,}32b$ možno vonkajšiu trubicu namáhať v skutočnosti vyšším tlakom ako p_{pl} určeným pre $q = 0$, t. j., že vplyv (1D) je ekvivalentný zmenšovaniu c, ktoré sa však prejaví ako prechod okrajových bodov 2. oblasti do 1. oblasti (pozri obr. 7). Z uvedeného vyplýva, že pre $c < 0{,}32b$ je $\delta_s > \delta_{pl}$.

Pri $c > 0{,}32b$ možno vonkajšiu trubicu v skutočnosti namáhať iba nižším tlakom ako p_{pl}, takže vplyv (1D) je ekvivalentný zväčšeniu c (pri tom istom b), čo sa geometricky prejaví ako prechod bodov z 1. oblasti do 2. oblasti, a teda $\delta_s < \delta_{pl}$ (obr. 7).

Existencia uvedených efektov je pochopiteľná, pretože podľa vzťahu (12D) je $\bar{\sigma}_b$ vždy kladné. Keďže na základe vzťahu (5D) sa $\bar{\sigma}$ vo vonkajšej trubici môže meniť iba spojite, potom na to, aby sa začal prejavovať zvyšujúci účinok závislosti (1D) od maximálneho tlaku p_{pl} (t. j., aby bolo $\bar{\sigma} < 0$), je potrebná akási minimálna hrúbka $b - c$ vonkajšej trubice. Pri hrúbke $b - 0{,}32b$ je podľa (15D) $p_{max}/p_{pl} = 1$, čo znamená, že pri tejto hrúbke sa už znižujúci účinok vonkajšej oblasti vonkajšej trubice práve kompenzuje zvyšujúcim účinkom jej vnútornej oblasti.

Z tohto vidieť, že charakteristická hrúbka steny vonkajšej trubice určená z podmienky $\bar{\sigma} = 0$ je menšia ako hrúbka určená z podmienky $p_{max}/p_{pl} = 1$. Uvedené odhady túto skutočnosť potvrdzujú, pretože platí:

$$(1 - 0{,}32)b > \left(1 - \frac{1}{\sqrt{e}}\right) b.$$

Na záver by sa chcel autor poďakovať prof. RNDr. Štefanovi Veisovi za podnetné pripomienky a rady. Autor je taktiež zaviazaný vďakou prof. Dr. Ing. Ondrejovi Puchnerovi DrSc. za cennú diskusiu nad rukopisom, ktorá autorovi umožnila upresniť konečnú formu a obsah článku.

LITERATÚRA

[1] Richards M., Krötzsch M., Plaste und Kautschuk, 6 (1959), 63.

[2] Hajossy R., *Termická ionizácia adiabatickou kompresiou*, Diplomová práca, 1963, str. 28—38.

[3] Ильюшин А. А., Ленский В. С., *Сопротивление материалов*, физматгиз 1959, 171.

[4] Беляев Н. М., *Сопротивление материалов*, Гостехиздат 1951, 614.

[5] Ильюшин А. А., Огибалов П. М., *Упруго-пластические деформации полых цилиндров*, Изд. Московского университета 1960, 92, 120.

Došlo 24. 1. 1967

Katedra experimentálnej fyziky
Prírodovedeckej fakulty UK,
Bratislava

SOME RELATIONS FOR HIGH-PRESSURE VESSEL IN THE REGION OF ELASTIC-PLASTIC DEFORMATIONS

OPTIMAL CHOICE OF PARAMETERS OF HIGH-PRESSURE VESSEL LOADED BY THE PRESSURE OF SEVERAL THOUSAND ATMOSPHERES

Rudolf Hajossy

Summary

In this work, we have investigated a high-pressure vessel (later only HV), which consists of two tubes fitted one in the other and in which, owing to the initial difference $\delta = c_2 - c_1 > 0$ in common radius c (Fig. 1). the residual stress is created.

Conditions (12) and (13) for the optimal choice of the parameters δ and c in the elastic deformation region have been derived. It has been proved that the parameters δ_{opt} and c_{opt}, chosen in this way, are realisable and, from the point of view of the elastic-plastic deformations, also optimal. HV with such parameters should be loaded at the maximum by the pressure (11) of p_{opt}.

The dependence of the maximum pressure p on the parameters δ and c in the elastic-plastic deformation region has been determined. (By the maximum pressure p the HV is broken, i. e. plastic deformations reach the outer surface of the outer tube $r = b$.) It has also been proved that, from the point of view of the maximum pressure p, the region of values δ within the interval (25) is the most advantageous. In all this region the maximum pressure p_{pl} is determined by the relation (26). Moreover, it has been shown that, from the point of elastic-plastic deformations, the investigated HV has no advantages with respect to the simple tube with the same thickness of the wall, $b - a$.

In the Appendix it has been demonstrated that the dependence (2D) of the yield stress σ_k on the tension causes the change of the maximum admissible pressure p_{pl} (26) into the pressure p_{max} (13D). Furthermore, it has been shown that for $a < .32b$, p_{max} is greater than p_{pl}. The above mentioned dependence of the yield stress σ_k on the tension causes the change of the upper boundary δ_{pl} (25) (of the optimal region of the values δ) into δ_S. The change is qualitatively assessed (dashed line) in Fig. 7.

As an example, the computed parameters δ and c for HV with $a = 1.3$ cm, $b = 10$ cm and the yield stress $\sigma_k = 6000$ kpcm^{-2} are 8.10^{-3} and 3.6 cm respectively. With such parameters HV can be loaded at the maximum by the pressure $p_{opt} \sim 6000$ kpcm^{-2} in the elastic deformation region (that represents a 1.7 fold increase of the admissible pressure in comparison with a simple tube with the wall thickness $b - a$), and by the pressure $p_{pl} \sim 14\,200$ kpcm^{-2} in the elastic-plastic deformation region. The effect of the dependence of the yield stress on the tension represents a 25 % increase of the pressure p_{pl}, i. e. it changes the value to $p_{max} \sim 17\,700$ kpcm^{-2}.