

DIE UNSCHÄRFERELATIONEN FÜR DAS GEHÖR

VLADMÍR MAJERNÍK, Bratislava

EINLEITUNG

Einen Teil, der vom menschlichen Gehörorgan auszuführenden vielfältigen Tätigkeit, stellt eine eingehende Analyse der äußeren akustischen Stimuli dar. Je nach dem, welcher physikalische Parameter bei der Analyse bestimmt wird, unterscheidet man deren verschiedene Arten, wie z. B. die Frequenzanalyse, die Intensitätsanalyse u. a. m. Die Qualität der Analyse wird nach der größtmöglichen Feinheit der Wertbestimmung des gesuchten physikalischen Parameters, d. h. nach dem Unterscheidungsvermögen beurteilt. Eine der wichtigsten Charakteristiken einer Analyse ist die Beziehung zwischen deren Unterscheidungsvermögen und der Signaldauer (oder allgemeiner, der Analysendauer). Diese Beziehung, bestimmt im wesentlichen durch die Trägheit der Analysatoren (d. h. der, die Analyse ausführenden Einrichtung), steckt gleichzeitig auch die Grenzen der betrachteten Analyse ab und kann deshalb mit Recht als Fundamentalbeziehung bezeichnet werden. Für die Frequenzanalyse kann die Fundamentalbeziehung im allgemeinen in der folgenden Form

$$\Delta f_n = F_1(T, \Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_j) \quad (1)$$

geschrieben werden, wobei das Frequenzunterscheidungsvermögen mit Δf_n , die Signaldauer mit T und weitere, auf das Unterscheidungsvermögen der betrachteten Analyse einfließende physikalische Parameter (wie z. B. die Intensität, die Frequenz, der Anfangsphasenwinkel usw.) mit $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_j$ bezeichnet sind. Je nach der Form der Gleichung (1), kann die Frequenzanalyse in mehrere Typen unterteilt werden, die wichtigste und häufigste Unterteilungsart ist linear — nichtlinear. Ausschlaggebend bei dieser Unterteilung ist allein die Beschaffenheit der die Frequenzanalyse ausführenden Analysatoren, nämlich ob diese lediglich aus linearen oder auch aus nichtlinearen Bestandteilen bestehen. Falls das die Frequenzanalyse ausführende System nur aus linearen Elementen besteht, so kann diese durch ein System von linearen Differentialgleichungen beschrieben werden. Beinhaltet jedoch das die Analyse ausführende System zumindest ein nichtlineares Element, so wird das die

Analyse beschreibende Gleichungssystem nichtlinear, und auch die Analyse selbst wird in diesem Fall als nichtlinear bezeichnet.

Es ist allgemein bekannt, daß sämtliche linearen Frequenzanalytoren an die Unschärferelation für Kommunikation

$$\Delta f_B \tau_e = C \quad (2)$$

gebunden sind. Hierbei bedeutet Δf_B die Frequenz-Durchlaßbandbreite (im wesentlichen ist es die Trennschärfe des Frequenzanalytators) und τ_e die Ansprechzeit des linearen Frequenzanalytators. Der Wert C ist einerseits durch die Definition der Größen Δf_B und τ_e , andererseits durch die Eigenschaften der zu analysierenden Signale (Anfangphasenwinkel, Umhüllende usw.) bestimmt. Es kann gezeigt werden, daß bei geeigneter Definition der Größen Δf_B und τ_e für C stets die folgende Gleichung gilt:

$$C \geq 1.$$

Bei der Untersuchung des Gehörs als eines Frequenzanalytators entsteht die Frage, ob das Gehör ebenfalls prinzipiell an die Unschärferelation für Kommunikation (2) gebunden ist, d. h., ob es den gleichen Gesetzmäßigkeiten wie lineare Analytoren gehorcht. Sollte sich bei einer derartigen Untersuchung herausstellen, daß bei der Gehör-Frequenzanalyse von gewissen Signaltypen die rechte Seite der Gleichung (2) kleiner eins ist, so würde dies bedeuten, daß der Gehör-Frequenzanalytator auch nichtlineare, an der Ausführung der Analyse teilnehmende Elemente besitzt. Es kann angenommen werden, ohne auf Allgemeinheit zu verzichten, daß die Fundamentallbeziehung für die Gehör-Frequenzanalyse die folgende Form hat:

$$\Delta f_B = F_2(O(t), I, T, \varphi_0, f). \quad (4)$$

Hierbei bedeutet $O(t)$ den Zeitverlauf der Umhüllenden, φ_0 den Anfangsphasenwinkel, I die Intensität und f die Frequenz des analysierten Signales. Die Beziehung (4) wird im Weiteren als komplexe Unschärferelation für das Gehör bezeichnet; wird diese Beziehung jedoch nur für ein konkretes Parametermultipel ermittelt, so wird sie einfach die Unschärferelation für das Gehör (bei gegebenen Bedingungen) genannt. Es sei bereits an dieser Stelle weiteren Ausführungen vorweggenommen, daß mittels psychoakustischer Untersuchungen gezeigt werden kann, daß für einen gewissen Frequenzbereich das Produkt $\Delta f_B \tau$ kleiner eins ist. Dies bedeutet, daß der Gehör-Frequenzanalytator notwendigerweise auch nichtlineare Elemente besitzt.

ERMITTLUNG DER UNSCHÄRFERELATION FÜR DAS GEHÖR AUS EXPERIMENTELLEN DATEN

Da auf Grund der gegenwärtigen Kenntnisse über die anatomisch-physiologische Beschaffenheit (über das Nervennetz usw.) des Gehörorgans die Be-

ziehung (4) noch nicht theoretisch ermittelt werden kann, muß bei deren Ermittlung von experimentellen Daten ausgegangen werden. Als nächstliegende erscheinen hierbei die Ergebnisse der psychoakustischen Messungen von Frequenz-Unterscheidungsschwellen Δf_{DL} (die, sicher nicht unberechtigterweise, als Unterscheidungsvermögen des Gehör-Frequenzanalytators betrachtet werden) in Abhängigkeit von der Signaldauer T , gegebenenfalls auch in Abhängigkeit von anderen physikalischen Parametern (wie etwa die Umhüllende, der Schallpegel, die Frequenz usw.). Die Resultate derartigen Messungen ermöglichen uns eine empirische Ermittlung der Beziehung (4), zumindest bei gewissen Werten der physikalischen Parameter $O(t)$, I , φ_0 von Tonsignalen. Untersuchungen dieser Art wurden insbesondere von Oettinger [1], Liang Chih-an und Tschistovitsch [2] sowie Cardozo [3] vorgenommen.

Oettinger bot den Beobachtern bei seinen Untersuchungen eine Tonpulsfolge mit sich ändernder Trägerfrequenz dar. Die Aufgabe des Beobachters war es, den Frequenzunterschied der einander folgenden Impulse so zu ändern, daß in einem Fall ein Frequenzunterschied eben wahrnehmbar wird und im anderen Fall gerade kein Frequenzunterschied wahrgenommen werden kann (Methode des pendelnden Argleiches, method of tracking). Es wurden Tonpulse mit gaußschen und trapezoidalen Umhüllenden benutzt, deren Frequenz 250, 1000 und 4000 Hz war und die mit einem willkürlichen Anfangsphasenwinkel eingeschaltet wurden. Der Schallpegel betrug 60 dB. Oettinger konnte zeigen, daß die rechte Seite der Gleichung (4) von der Frequenz praktisch unabhängig wird, wenn die Frequenzunterschiedsschwelle in Tonhöhenunterschiedsschwelle Δz (in mel) umgerechnet wird. Somit erhalten wir

$$\Delta z = F_3(T, I, O(t), \varphi_0). \quad (5)$$

Die Gleichung (5) kann für bestimmte Werte I , $O(t)$ und φ_0 in die Form $\Delta z \cdot T = C_1$ umgestaltet werden, wobei C_1 eine dimensionslose Zahl ist. Die von Oettinger ermittelten Meßergebnisse der Tonhöhenunterschiedsschwelle in Abhängigkeit von der Tonimpulsdauer sind im Bild 1 (Kurve a) wiedergegeben.

Liang Chih-an und Tschistovitsch bedienten sich bei ihren Messungen Tonimpulse mit rechteckigen Umhüllenden, deren Frequenz ebenfalls 250, 1000 und 4000 Hz und deren Anfangsphasenwinkel auch willkürlich war. Die Meßergebnisse sind im Bild 1 (Kurve c) durch Kreise dargestellt, es wurde hierbei Δf in Δz umgerechnet. Cardozo benutzte bei der Ermittlung der Frequenzunterschiedsschwellen rechteckige Pulse mit einem konstanten Anfangsphasenwinkel $\varphi_0 = \pi$. Es gelang ihm zu zeigen, daß man bei Benutzung von Pulsen mit einem konstanten Anfangsphasenwinkel wesentlich niedrigere Werte für die Frequenzunterschiedsschwellen erreicht. Die so ermittelten Tonhöhenunterschiedsschwellen (umgerechnet von Frequenzunterschiedsschwellen

len) in Abhängigkeit von der Pulsdauer, die Frequenz betrug 1000 Hz, sind im Bild 1 (Kurve b) dargestellt. Die Kurven *a*, *b* und *c* vom Bild 1 stellen die Unschärferelation für das Gehör, bei verschiedenen Parametern der Akustischen Stimuli, graphisch dar. Für die aus [2] gewonnene Unschärferelation kann auch ein analytischer Ausdruck [4] angegeben werden:

$$\Delta z = \frac{\Delta z_0}{1 - e^{-T/T_0}} \quad (6)$$

Hierbei ist $T_0 = 60$ msec und $\Delta z_0 = 2,23$. Der Verlauf der Funktion (6) ist im Bild 1 (Kurve c) angegeben, Meßpunkte sind durch Kreise kenntlich gemacht. Aus Bild 1 ist eine sehr gute Übereinstimmung der Funktion (6) mit den experimentell ermittelten Punkten klar ersichtlich.

Begreiflicherweise sind die im Bild 1 graphisch dargestellten Unschärferelationen zur Bestimmung von (5) unzureichend; dennoch kann man ihnen einige

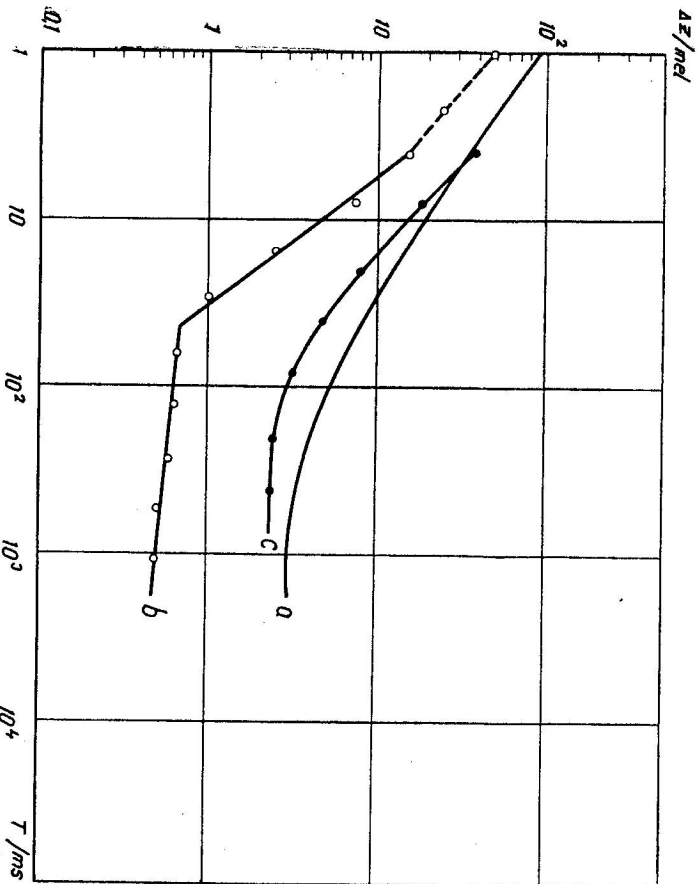


Bild 1. Die Tonhöhenunterschiedsschwellen Δz in Abhängigkeit von der Tonpulsdauer T nach [1] (Kurve a), nach [3] (Kurve b) und nach [2] (Kurve c). Die ausgezogene Kurve c stellt den Verlauf der Funktion (6) dar.

wichtige Angaben über die Gehör-Frequenzanalyse entnehmen. Die wichtigsten deren sind:

1. Bei allen Untersuchungen hat es sich gezeigt, daß für Signaldauern T kleiner als etwa 125 msec, das Produkt $\Delta f \Delta z \cdot T$ — zumindest im Frequenzbereich von 16 bis 500 Hz — kleiner eins ist. Dies ist ein Beweis dafür, daß die Frequenzanalyse, zumindest in diesem Frequenzbereich, in einem nicht linearen Elemente beinhaltenen Analysator vorstatten geht.
2. Für Signaldauern $T > 750$ msec steigt das Unterscheidungsvermögen des Gehör-Frequenzanalysators nicht an.
3. Im Bereich $T < 10$ msec kann für (6) eine Näherungsgleichung in der Form

$$\Delta z \cdot T = 0,134$$

geschrieben werden.

4. Es ist interessant, daß die Intensität von kurzen gleichlauten Tonpulsen mit deren Dauer durch eine ähnliche Beziehung wie (6) verknüpft ist, die Zeitkonstante beträgt hierbei etwa 70 msec [5]. Es ist durchaus möglich, daß beide Phänomene durch gleichartige Prozesse, die funktionsmäßig als Integriermechanismen modelliert werden können, bedingt sind.

BEZIEHUNG ZWISCHEN DER FREQUENZBANDBREITE UND DER DAUER VON AKUSTISCHEN SIGNALEN, AUSGEDRÜCKT MITTELS DEN AKUSTISCHEN STIMULI ZUGEHÖRIGEN SUBJEKTIVER GRÖSSEN

Mit der Unschärferelation für Kommunikation hängt die Beziehung zwischen der effektiven Bandbreite Δf und der effektiven Dauer Δt der akustischen Signale eng zusammen. Ein akustisches Signal kann mathematisch entweder durch seinen Zeitverlauf $s(t)$ (z. B. Zeitabhängigkeit des akustischen Druckes), oder durch sein Spektralbild, d. h. durch Abhängigkeit seiner Spektraldichte $B(f)$ von der Frequenz, beschrieben werden. Die Spektraldichte ist mit dem Zeitverlauf mittels einer Integraltransformation (das Fourier-Integral) verknüpft:

$$B(2\pi f) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i f t} S(t) dt. \quad (7)$$

Aus dem Zeitverlauf, bzw. aus dem Spektralbild der akustischen Signale kann deren Effektivdauer Δt , bzw. deren effektive Bandbreite Δf nach Gabor [6], [7] folgendermaßen bestimmt werden:

$$\Delta t = \sqrt{2\pi(t - t)^2} \quad \text{bzw.} \quad \Delta f = \sqrt{2\pi(f - f)^2},$$

$$i = \frac{\int t S(t) dt}{\int S(t) dt} \quad \text{bzw.} \quad f = \frac{\int f B(f) df}{\int B(f) df} \quad (7a)$$

Zwischen der effektiven Dauer und der effektiven Bandbreite von akustischen Signalen gilt ([6], [7]) eine sehr wichtige Beziehung

$$\Delta f \cdot \Delta t \geq 1, \quad (8)$$

die mit Hilfe der Fourier-Transformation (7) abgeleitet werden kann. Die effektive Bandbreite und effektive Dauer sind allerdings physikalische Parameter der akustischen Signale. Vom Standpunkt der Hörtheorie ist es aber

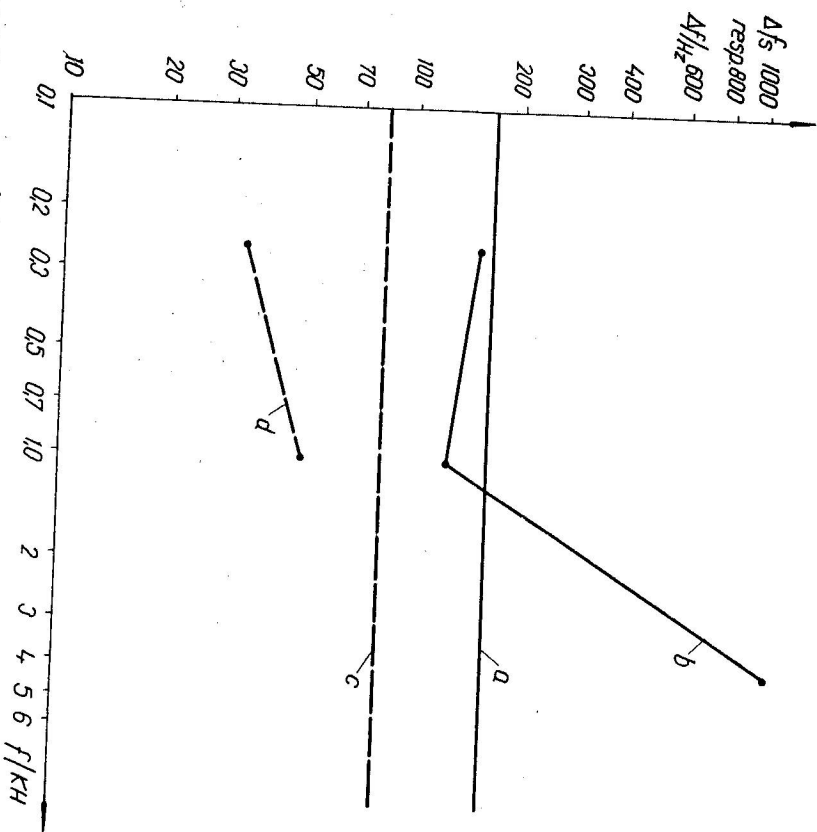


Bild 2. Der Verlauf der subjektiven Bandbreite Δf_s bzw. $\Delta t = 1/T$ in Abhängigkeit von der Tonpulsfrequenz (Kurven b und d bzw. a und c). Parameter ist die Signaldauer T . Kurven a und b für $T = 6$ msec, Kurven c und d für $T = 12$ msec.

wichtig, einen ähnlichen Zusammenhang zwischen subjektiven Parametern der akustischen Stimuli aufzufindig zu machen. Aus diesem Grund ist es zunächst wichtig, der effektiven Bandbreite und der effektiven Dauer entsprechende subjektive Korrelate zu definieren. Als psychoakustisches Korrelat der effektiven Bandbreite Δf wurde in [8] die sog. subjektive Bandbreite Δf_s der akustischen Stimuli folgendermaßen eingeführt:

Es sei gegeben ein stationäres Bandrauschen der Bandbreite Δf_R , der Mittenfrequenz f_M und der Lautheit H_R . Man bestimme die Tonhöhe dieses Bandrauschens mittels Vergleich mit genügend langem Sinuston, und die Streuung der Meßergebnisse dieser Vergleichsmessung betrage σ_R^2 . Man bestimme ferner analogisch die Tonhöhe eines nichtstationären akustischen Stimulus der Mittenfrequenz f (nach 7a) und der Lautheit H , die Streuung der hierbei ermittelten, dem nichtstationären akustischen Stimulus korrespondierenden Frequenzen betrage σ^2 , die Anzahl der Messungen sei n . Dann gilt

$$\Delta f_R = \Delta f_s,$$

falls $\sigma_R^2 = \sigma^2, f_M = f, H_R = H$ und $n \rightarrow \infty$.

Die subjektive Dauer Δt_s wird ähnlich eingeführt:
Man vergleiche die Dauer der akustischen Stimuli der Lautheit H mit der Dauer von Rechteckpulsen aus weißem Rauschen der Lautheit H_R . Es sei Δt_R der hierbei ermittelte Mittelwert der gemessenen Dauern von Vergleichsrauschimpulsen und n sei die Anzahl der Messungen. Dann gilt

$$\Delta t_s = \Delta t_R,$$

falls $H_R = H$ und $n \rightarrow \infty$.

Da sowohl die subjektive Bandbreite Δf_s , als auch die subjektive Dauer Δt_s von der Lautheit, und möglicherweise auch von weiteren subjektiven Größen S_1, S_2, \dots, S_j der akustischen Stimuli abhängen, erhält die der Relation (8) analogische Beziehung zwischen Δf_s und Δt_s die folgende Gestalt:

$$\Delta f_s \cdot \Delta t_s = F(H, z, S_1, S_2, \dots, S_j).$$

Die subjektive Bandbreite wurde experimentell ermittelt in [9] und ihr Verlauf in Abhängigkeit von der Frequenz der Tonsignale ist im Bild 2 wieder gegeben. Die subjektive Dauer wurde bis jetzt experimentell nicht bestimmt, man kann jedoch vermuten, daß sie schon rein definitionsgemäß, zumindest bei Tonpulsen mit einer rechteckigen Umhüllenden, von der physikalischen Pulsdauer nicht wesentlich verschieden sein wird. Setzt man $\Delta t_s = T$, so kommt man im bestimmten Frequenzbereich wiederum zu $\Delta f_s \cdot \Delta t_s < 1$.

Dies gerechtfertigt abermals die Annahme, daß die Gehör-Frequenzanalyse nichtlinear ist.*

SCHRIFTTUM

- [1] Oettinger R., *Acustica* 9 (1959), 431.
- [2] Иванн Хм-ан, Чистович Л. А., *Акуст. журнал* 6 (1960), 81.
- [3] Cardozo, B. Lopes, *Frequency discrimination of the human ear*. Congress report I of the 4th ICA. Copenhagen 1962.
- [4] Majernik, V., *Some information-theoretical characteristics of the human ear for non-stationary acoustical stimuli*. Proceeding of the 4th International Congress on Cybernetics (im Druck).
- [5] Port E., *Acustica* 13 (1963), Beiheft 1, 215.
- [6] Gabor D., *J. Inst. Engr.* 93 Pt. III/1946, 429.
- [7] Gabor D., *Nature* Nr. 4044 (1947), 591.
- [8] Majernik V., *Charakteristický sluchu z hlediska věznych akustických podnetov a ich význam pri stanoveni informacnej kapacity sluchu*. (Charakteristiken des Gehörs hinsichtlich verschiedener akustischer Stimuli und deren Bedeutung bei der Bestimmung der Informationskapazität des Gehörs.) Zborník III. akustickej konferencie, Smolenice 1963 (Tagungsbericht von der III. akustischen Tagung in Smolenice, Tschechoslowakei), 34.
- [9] Nábelek, I. Krüitel J., *Influence de la largeur de la bande de bruit blanc sur la perception de sa hauteur*. Fyz. čas. SAV (im Druck).

Eingegangen am 11. 5. 1966

*Fyzikálny ústav
Slovenskej akadémie vied,
Bratislava*

* Es sei an dieser Stelle Herrn Dipl.-Ing. Igor Nábelek, CSc. und Herrn Dipl.-Phys. Jozef Krüitel für ihre wertvollen und angenehmen Hinweise aufs herzlichste gedankt.