MATEMATICKO-FYZIKÁLNY ČASOPIS SAV, 14, 3, 1964

# ELEKTRICKÉ SONDY NA MERANIE TEPELNÝCH PARAMETROV KVAPALÍN A MÄKKÝCH MATERIÁLOV

JÚLIUS KREMPASKÝ, Bratislava

V práci je teoreticky rozpracovaný a experimentálne overený nový princíp rýchleho a pritom dostatočne presného spôsobu merania troch základných tepelných parametrov kvapalín: teplotnej vodivosti (koeficient tepelnej difúzie), tepelnej vodivosti a špecifického tepla. Celé meranie je veľmi jednoduché. Metódu možno použiť nielen na rýchle stanovenie príslušných parametrov kvapaliny, ale najmä na sledovanie závislosti uvedených parametrov od teploty, ožiarenia, tlaku atď.

## 1. ÚVOD

Meraniu tepelných parametrov kvapalín, t. j. tepelnej vodivosti, teplotnej vodivosti a špecifického tepla sa v poslednom čase venuje veľká pozornosť. Meranie má význam jednak teoretický, pre výskum, napr. pre štúdium rozličných stavov, jednak praktický, pretože na základe merania uvedených parametrov môžeme súdiť na ekonomické parametre, ktoré kvapalina pri danej aplikácii umožní dosiahnuť (olej v motoroch, v transformátoroch, atď.). Napr. olej pri práci motora (60–100 °C) môže mať podstatne iné tepelné vlastnosti ako pri izbovej teplote, pri ktorej sa jeho parametre výrobcom udávajú.

Doteraz sa pre meranie tepelných parametrov kvapalín používajú väčšinou zdĺhavé stacionárne metódy s nákladnými a neprenosnými aparatúrami, ktoré pri meraní do vyšších teplôt vyžadujú ešte doplnok v podobe zložitej vákuovej aparatúry. Zrýchlenie merania na báze týchto metód, ktoré dosiahli napr. Žukov a Levin [1], vyžaduje si neúmerné úpravy a doplnky k základnej aparatúre.

Metóda rozpracovaná v tejto práci nemá uvedené nedostatky. Výsledné teoretické vzťahy pre meranie sú jednoduché, prípravok pre meranie je elementárny a ľahko prenosný, umožňuje meranie v širokom teplotnom intervale bez akýchkoľvek úprav.

## 2. TEORETICKÁ ČASŤ

Základný princíp merania – krátkotrvajúci tepelný impulz a registrácia teplotných zmien termočlánkom – je v tejto práci teoreticky rozpracovaný pre niekoľko jednoduchých variácií základného usporiadania. Z nich prvé – bodový zdroj tepla – má význam skôr ako východisko pre výpočet teplotných pomerov pre ostatné technicky veľmi ľahko realizovateľné usporiadania.

Pri každom usporiadaní sa poukazuje aj na možnosť merania trvalým ohrevom.

### 2.1. Bodový zdroj tepla

Bodový zdroj tepla v kvapaline bolo by možné realizovať napr. dvoma hrotmi nastavenými proti sebe v dostatočne malej vzdialenosti (obr. 1). Elektrický prúd prechádzajúci hrotmi ohrieva ich najmä v malom okolí vzájomného dotyku, takže túto malú oblasť styku môžeme (aspoň teoreticky) považovať za bodový zdroj. Obklopujúca kvapalina tvorí nekonečný priestor. (Ako vyplynie z teórie, stačí, ak obklopujúca kvapalina má objem gule o polomere $R < (3-4)\,r$, kde $r$ je vzdialenosť termočlánku od bodového zdroja. Pri $r = (2-3)$ mm to značí viac ako 1 $\mathrm{cm}^3$ kvapaliny.)

Krátko trvajúci, resp. trvalý elektrickým prúdom realizovaný tepelný zdroj spôsobí v mieste termočlánku vzrast teploty určený podľa prác [2–4] vzťahmi:

a) tepelný impulz:

$$T - T_0 = \Delta T = \frac{Q}{8\,\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}}\exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right]; \qquad (1{,}1)$$

b) trvale pôsobiaci zdroj:

$$T - T_0 = \Delta T = \frac{q}{4\,\pi\lambda r}\left[1 - \Phi\left(\frac{r}{2\sqrt{kt}}\right)\right]; \qquad \Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-y^2}\,\mathrm{d}y, \qquad (1{,}2)$$

kde $k$ je teplotná vodivosť, $\lambda$ – tepelná vodivosť, $q$ – výkon tepelného zdroja, $Q$ – množstvo tepla odovzdané pri impulze kvapaline, $t$ – čas, $r$ – vzdialenosť termočlánku (termistora atď.) od bodového zdroja.

V prácach [2–4] sme aplikovali tieto výrazy na meranie tepelných charakteristík pevného skupenstva – v tom prípade tvorila vzorka nekonečný polpriestor. Ľahko môžeme tam odvodené vzorce prepísať aj pre prípad merania v kvapalinách. Dostaneme tieto vzorce:

a) tepelný impulz:

$$k = \frac{r^2}{6t_m}, \qquad (1{,}3)$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{6}}{4(e\,\pi)^{3/2}}\,\frac{Q}{r\Delta T_m t_m} = 4{,}95\,.\,10^{-2}\,\frac{Q}{r\Delta T_m t_m}, \qquad (1{,}4)$$

$$c = \frac{\lambda}{k\gamma} = 0{,}297\,\frac{Q}{r^3\gamma\,\Delta T_m}; \qquad (1{,}5)$$

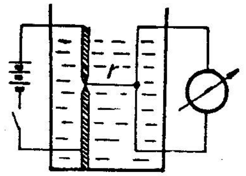
b) trvale pôsobiaci zdroj:

$$k = \frac{r^2}{2\pi t_1}\frac{(1-uv)^2}{(1-u)^2}; \quad u = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}; \quad v = \sqrt{\frac{t_1}{t_2}}, \tag{1,6}$$

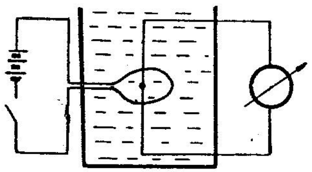
$$\lambda = \frac{q}{4\pi r \Delta T_\infty}, \tag{1,7}$$

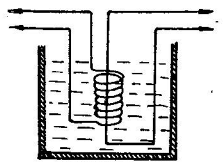
$$c = \frac{q t_1 (1-u)^2}{2r^3 \gamma \Delta T_\infty (1-uv)^2}, \tag{1,8}$$

kde $t_m$ je čas, v ktorom dosiahne vzrast teploty maximálnu hodnotu (niekoľko sekúnd), $\Delta T_m$ – príslušný maximálny vzrast teploty, $t_1$ a $t_2$ – dva ľubovoľne zvolené časové okamžiky splňujúce len podmienku $r/2\sqrt{kt} < 1$ (t. j. približne $> 10$ sec), $\Delta T_1$ a $\Delta T_2$ – príslušné teplotné zmeny, $\Delta T_\infty$ – ustálená teplota pri trvalom ohreve, $\gamma$ – špecifická hmota kvapaliny.



Obr. 1.


Obr. 2.


Obr. 3.

Vidíme, že meranie $k$ nezávisí od tepelného výkonu ani od množstva tepla odovzdaného vzorke. Pre určenie $\lambda$ a $c$ však musíme tieto veličiny poznať. Ak je stykový odpor (podstatne väčší ako odpor prívodov) $R$, potom by sme mohli písať

$$Q = RI^2 \Delta t, \tag{1,9}$$

$$q = RI^2, \tag{1,10}$$

kde $I$ je intenzita prúdu, $\Delta t$ – doba trvania impulzu (asi 0,1–0,3 sec). Vzhľadom na to, že pri tejto úprave nemožno zabrániť značnému odvodu tepla cez prívody, majú tieto vzťahy len formálny význam a použijeme ich v ďalších výpočtoch.

## 2.2. Zdroj tepla v podobe do kružnice stočeného drôtika

Z hľadiska realizácie a najmä z hľadiska zníženia odvodu tepla vodičmi je oveľa výhodnejšie použiť ako zdroj tepla tenký drôtik stočený do kružnice (obr. 2). Termočlánok je umiestnený v jej strede. Pomerne ľahko môžeme pretransformovať vzťahy uvedené v predchádzajúcej úprave na tento prípad. Element drôtika o dĺžke $ds$ spôsobí v mieste termočlánku podľa predchádzajúcich výsledkov vzrast teploty,



určený v prípade tepelného impulzu vzťahom

$$dT = \frac{dQ}{8\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right] \tag{2,1}$$

a v prípade trvale pôsobiaceho zdroja vzťahom

$$dT = \frac{dq}{4\pi\lambda r}\left[1 - \Phi\left(\frac{r}{2\sqrt{kt}}\right)\right], \tag{2,2}$$

pričom teplo $dQ$, resp. tepelný výkon $dq$, ak zanedbáme odvod tepla prívodmi, môžeme zrejme vyjadriť vzťahmi

$$dQ = dR I^2 \Delta t = \varrho I^2 \Delta t \frac{ds}{S}, \tag{2,3}$$

$$dq = dR I^2 = \varrho I^2 \frac{ds}{S}, \tag{2,4}$$

kde $\varrho$ je špecifický odpor výhrevného drôtika, $S$ – jeho prierez. Jednoduchou integráciou by sme pre celkový vzrast teploty dostali vyjadrenia

$$\Delta T = \frac{RI^2 \Delta t}{8\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right], \tag{2,5}$$

resp.

$$\Delta T = \frac{RI^2}{4\pi\lambda r}\left[1 - \Phi\left(\frac{r}{2\sqrt{kt}}\right)\right], \tag{2,6}$$

kde $R$ je odpor celého závitu. Z týchto vzťahov vyplýva, že pri meraní pomocou kruhového závitu môžeme použiť vzorce (1,3–1,5) pri meraní impulzovou metódou a vzorce (1,6–1,8) pri meraní trvalým ohrevom, ak za $Q$ a $q$ dosadíme vzťahy (1,9) a (1,10). Odpor $R$ je teraz presne určený – je to odpor závitu.

Odvod tepla prívodmi je v tejto úprave značne obmedzený jednak preto, že pomer prierezu prívodov k prierezu, ktorým preteká teplo do kvapaliny, t. j. ($r_0$ = polomer prierezu drôtika)

$$\frac{S_1}{S_2} \approx \frac{1}{2\pi}\frac{r_0}{r},$$

je veľmi malý, jednak preto, že gradient teploty medzi drôtikom a kvapalinou je značne väčší ako pozdĺž drôtika.

## 2.3. Cievka ako zdroj tepla

### 2.31. *Impulzová metóda*

Citlivosť merania v predchádzajúcej úprave možno podstatne zväčšiť a tepelné straty takmer úplne zamedziť použitím viacerých závitov miesto jedného (obr. 3).

Ak pre meranie použijeme celú cievku navinutú z tenkého izolovaného drôtika o výške aspoň $4r$, nebude už pri impulzovej metóde meranie závisieť, ako dokážeme, od stavu drôtikov na okraji cievky, takže odvod tepla prívodmi sa na nameranej hodnote neprejaví.

Uvažujme najprv jeden závit, ktorého kolmá vzdialenosť od zvaru termočlánku je $x_i$ (obr. 4). Podľa vzťahu (2,1) môžeme vzrast teploty vyjadriť vzťahom

$$\Delta T_i = \frac{R_i I^2 \Delta t}{8\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \exp\left[-\frac{r^2 + x_i^2}{4kt}\right], \tag{3,1}$$

kde $R_i$ je odpor závitu.

Ak má cievka $n$ závitov navinutých tesne na seba, hrúbka drôtika je $d$ a termočlánok je v strede cievky, môžeme výsledný vzrast teploty vyjadriť vzťahom

$$\Delta T = \frac{RI^2 \Delta t}{8\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}} \sum_{i=-\frac{1}{2}n}^{i=\frac{1}{2}n} \exp\left[-\frac{r^2 + (id)^2}{4kt}\right], \tag{3,2}$$

pretože $x_i = id$.

Sumáciu vystupujúcu v tomto vzťahu nemôžeme analyticky vyjadriť. V praxi je však dôležitý prípad, keď cievka pozostáva z väčšieho počtu závitov navinutých z tenkého drôtu, takže je $d \ll r$. V tom prípade môžeme sumu previesť na Fourierov integrál tak, že položíme $id/(2\sqrt{kt}) = z$, $d/(2\sqrt{kt}) = dz$(1), takže môžeme písať:

$$\sum_{i=-\frac{1}{2}n}^{i=\frac{1}{2}n} \exp\left[-\frac{(id)^2}{4kt}\right] = 2\sum_{0}^{\frac{1}{2}n} \exp\left[-\frac{(id)^2}{4kt}\right] - 1 = 2\frac{2\sqrt{kt}}{d}\int_0^\infty e^{-z^2} dz - 1 = $$
$$= \frac{2\sqrt{\pi kt}}{d} - 1. \tag{3,3}$$

Hranicu integrálu sme posunuli do $\infty$ vzhľadom na to, že od určitého $n$ (ak $id > (2-3)\,r$) sú už príspevky k hodnote integrálu zanedbateľne malé. Tým sme súčasne dokázali, že na teplotu v strede cievky vplývajú len závity vzdialené najviac o $(2-3)\,r$ od stredu.

Vzrast teploty v strede cievky bude teda určený vzťahom

$$\Delta T = \frac{RI^2 \Delta t}{8\pi^{3/2}\lambda\sqrt{kt^3}}\left(\frac{2\sqrt{\pi kt}}{d} - 1\right). \tag{3,4}$$

Čas, v ktorom má táto funkcia maximum, vyhovuje rovnici

$$\eta^3 - \frac{3d}{4\sqrt{\pi}}\eta^2 - \frac{r^2}{4}\eta + \frac{r^2 d}{8\sqrt{\pi}} = 0, \tag{3,5}$$

(1) Ako vidíme, je $kt = r^2/4$, takže $d/(2\sqrt{kt}) = 2d/r$ je skutočne podľa predpokladu dostatočne malé.



pričom $\eta = \sqrt{kt}$. Pri splnení podmienky $d/r < 1$ je jej reálny koreň dostatočne presne určený funkciou

$$\eta = \frac{r}{2}\left[1 - \frac{9}{16}\left(\frac{d}{r}\right)^2\right],$$

takže pre teplotnú vodivosť vychádza vzorec

$$k = \frac{r^2}{4t_m}\left[1 - \frac{9}{8}\left(\frac{d}{r}\right)^2\right]. \tag{3,6}$$

Pri praktických hodnotách ($d \leq 0{,}2$ mm, $r = (2-3)$ mm) je však $\frac{9}{8}(d/r)^2 < 10^{-2}$, takže s chybou menšou ako 1 % môžeme pre teplotnú vodivosť používať vzťah

$$k = \frac{r^2}{4t_m}. \tag{3,7}$$

Pre tepelnú vodivosť a špecifické teplo by sme pomocou vzťahov (3,7) a (3,4) odvodili vzorce

$$\lambda = \frac{RI^2 \Delta t}{4\pi^{3/2} e r}\left(\frac{\sqrt{\pi r}}{d} - 1\right)\frac{1}{\Delta T_m t_m} \approx \frac{RI^2 \Delta t}{4\pi e d}\frac{1}{\Delta T_m t_m}, \tag{3,8}$$

$$c = \frac{RI^2 \Delta t}{e\,\pi d r^2 \gamma}\frac{1}{\Delta T_m}. \tag{3,9}$$

Ako sme už uviedli, platia tieto vzťahy pre cievku, ktorá má dĺžku aspoň $(4-5)\,r$. Pri $r = 2$ mm to značí cievku o dĺžke $(8-10)$ mm, čo pri $d = 0{,}2$ mm značí viac ako 40 závitov. Za inakšie rovnakých podmienok je citlivosť merania pomocou takejto cievky asi $3\,d/r$ krát väčšia ako pri meraní pomocou jedného závitu. V uvedenom príklade by to značilo – asi 30 krát.

### 2.32. *Metóda trvalého ohrevu*

Pri trvalom pretekaní prúdu (v tom prípade stačí podstatne menší prúd $\approx 100$ mA) cez závit vznikne v mieste termočlánku (obr. 4) vzrast teploty

$$\Delta T_i = \frac{RI^2}{4\pi\lambda\sqrt{r^2 + x_i^2}}\left\{1 - \Phi\left[\frac{\sqrt{r^2 + x_i^2}}{2\sqrt{kt}}\right]\right\}, \tag{3,10}$$

takže vzrast teploty spôsobený celou cievkou o $n$ závitoch bude

$$\Delta T = \frac{RI^2}{4\pi\lambda}\sum_{i=-\frac{1}{2}n}^{i=\frac{1}{2}n}\left\{\frac{1}{\xi}\left[1 - \Phi\left(\frac{\xi}{2\sqrt{kt}}\right)\right]\right\}; \qquad \xi = \sqrt{r^2 + (id)^2}. \tag{3,11}$$

Vo všeobecnosti túto sumu nevieme vyjadriť analyticky, a to ani v prípade prechodu na Fourierov integrál. Uvažujme však hodnoty vzrastu teploty $\Delta T$ až v časoch, ktoré už splňujú podmienku

$$\frac{\xi^2}{4kt} < 1, \tag{3,12}$$

čo pre kvapaliny značí čas väčší ako 10 – 20 sec. V tomto prípade môžeme funkciu $\Phi$ rozvinúť do radu pre malé argumenty a zanedbať vyššie členy. Dostaneme [5]

$$\Phi\left(\frac{\xi}{2\sqrt{kt}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{\xi}{2\sqrt{kt}} - \frac{1}{3!}\frac{\xi^3}{8(kt)^{3/2}} + \dots\right\}. \tag{3,13}$$

S uvážením tejto aproximácie a prechodom na Fourierov integrál podobným postupom ako v predchádzajúcom odseku by sme pre $\Delta T$ dostali vzťah

$$\Delta T = \frac{RI^2}{4\pi\lambda}\left(p - \frac{2n}{\sqrt{\pi kt}}\right), \tag{3,14}$$

kde $p = \frac{2}{d}\ln\left[\frac{nd}{2r} + \sqrt{1 + \left(\frac{nd}{2r}\right)^2} - 1\right]$ je určitý geometrický faktor. Po úplnom ustálení (niekoľko minút) je definitívny vzrast teploty podľa (3,14) určený vzťahom

$$\Delta T_\infty = \frac{RI^2}{4\pi\lambda}\,p. \tag{3,15}$$

Zo vzťahov (3,14) a (3,15) vyplývajú tieto vzorce vhodné pre meranie:

$$\lambda = \frac{RI^2}{4\pi}\frac{p}{\Delta T_\infty}, \tag{3,16}$$

$$k = \frac{4n^2}{\pi p^2 t_1}\frac{(1-uv)^2}{(1-u)^2}; \quad u = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}; \quad v = \sqrt{\frac{t_1}{t_2}}, \tag{3,17}$$

$$c = \frac{RI^2 p^3 t_1}{16n^2 \Delta T_\infty}\frac{(1-u)^2}{(1-uv)^2}, \tag{3,18}$$

kde $t_1$ a $t_2$ sú dva časové okamžiky vyhovujúce podmienke (3,12) a $\Delta T_1/\Delta T_2$ – podiel príslušných výchyliek galvanometra pripojeného na termočlánok.

Výhodou tohto spôsobu merania je, že nie je zaťažené chybou súvisiacou so zotrvačnosťou registračného systému.

## 2.4 Dutý valček ako zdroj tepla

Ako zdroj tepla možno použiť aj dutý valček z tenkého, pokiaľ možno elektricky slabo vodivého materiálu (obr. 5).

Element valčeka o odpore $dR = \varrho\frac{dx}{2\pi rh}$, kde $h$ je hrúbka steny valčeka, vytvára podľa vzťahov (3,1) a (3,10) v mieste termočlánku vzrast teploty pri



a) impulzovom ohreve:

$$dT = \frac{\varrho I^2 \Delta t}{16\pi^{5/2} rh\lambda\sqrt{kt^3}}\exp\left[-\frac{r^2+x^2}{4kt}\right]dx; \tag{4,1}$$

b) trvalom ohreve:

$$dT = \frac{\varrho I^2 dx}{8\pi^2 rh\xi}\left\{1 - \Phi\left[\frac{\xi}{2\sqrt{kt}}\right]\right\}; \quad \xi = \sqrt{r^2+x^2}. \tag{4,2}$$

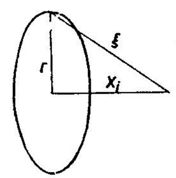
Ak výška valčeka je $b$, dostaneme po integrovaní vzťahy

$$\Delta T = \frac{RI^2\Delta t}{4\pi\lambda t}\,\Phi\left[\frac{b}{4\sqrt{kt}}\right]\exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right], \tag{4,3}$$

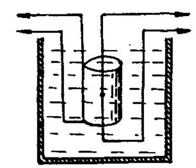
resp.

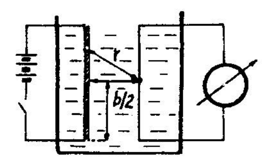
$$\Delta T = \frac{RI^2}{4\pi\lambda}\left[q - \frac{b}{\sqrt{\pi kt}}\right], \tag{4,4}$$

kde $q = \ln\left[\frac{b}{2r} + \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2r}\right)^2}\right]$ je opäť určitý geometrický faktor.



Obr. 4.


Obr. 5.



Obr. 6.

Ak je

$$\frac{b}{4\sqrt{kt}} > 1, \tag{4,5}$$

môžeme položiť $\Phi\left(\frac{b}{4\sqrt{kt}}\right) \approx 1$, čím sa vzťah (4,3) značne zjednoduší. Pretože, ako sa dá ľahko dokázať, extrém funkcie (4,3) vzniká v čase

$$t_m = \frac{r^2}{4k}, \tag{4,6}$$

môžeme podmienku (4,5) napísať aj v tvare

$$\frac{b}{2r} > 1. \tag{4,7}$$

Ak je $b > 4r$, je chyba spojená s priblížením $\Phi\left(\frac{b}{4\sqrt{kt}}\right) = 1$ menšia ako 1 %. To súčasne značí, že na meranie má vplyv len časť valčeka o výške $\pm (2-3)\, r$ okolo termočlánku. Vzťahy pre meranie by sme odvodili podobne ako v predchádzajúcich odsekoch. Sú súborne uvedené v tab. 1.

## 2.5 Priamkový drôt ako zdroj tepla

Konštrukčne veľmi jednoduchá a aj z hľadiska tepelných strát výhodná je voľba zdroja v podobe tenkého priamkového drôtika (obr. 6), [6]. Termočlánok je umiestnený tak, že registruje teplotu v bode $A$, ktorého kolmá vzdialenosť od výhrevného drôtika je $r$. Podobne ako v predchádzajúcom prípade si dokážeme, že na meranie má vplyv len drôtik o dĺžke $(2-3)\, r$ okolo termočlánku. Pri trvalom ohreve sa uplatňuje celá dĺžka drôtika a pretože na okrajoch sú ťažko definovateľné pomery, nebudeme sa v tomto usporiadaní týmto meraním zaoberať.

Vzrast teploty v mieste termočlánku je na základe vzťahov (2,1) a (2,3) daný výrazom

$$\Delta T = \frac{I^2 \varrho\, \Delta t}{8\pi^{3/2} S \lambda \sqrt{kt^3}} \int_{-\frac{1}{2}b}^{+\frac{1}{2}b} \exp\left[-\frac{\xi^2}{4kt}\right] \mathrm{d}x, \tag{5,1}$$

kde $\xi^2 = r^2 + x^2$. Po dosadení a integrovaní dostaneme vzťah

$$\Delta T = \frac{I^2 \varrho\, \Delta t}{8\pi S \lambda t}\, \Phi\left[\frac{b}{4\sqrt{kt}}\right] \exp\left[-\frac{r^2}{4kt}\right]. \tag{5,2}$$

Za predpokladu (4,5) môžeme opäť položiť $\Phi\left[\frac{b}{4\sqrt{kt}}\right] = 1$, takže vzrast teploty je určený podobným vzťahom ako v prípade valčeka. Aj vzťahy pre meranie majú podobný tvar a sú uvedené v tab. 1.

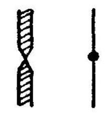
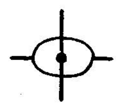
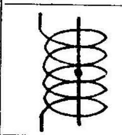
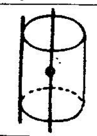
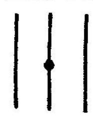
V porovnaní s usporiadaním používajúcim kruhový závit je toto usporiadanie o niečo menej citlivé. Podiel teplôt v okamžiku maxima v obidvoch prípadoch za inakšie rovnakých podmienok je totiž

$$\frac{\Delta T_0}{\Delta T_1} = \frac{r\sqrt{\pi}}{\sqrt{kt}} \approx 4{,}5.$$

Aby sme zaistili dostatočnú citlivosť, je výhodné okolo termočlánku napnúť viac drôtikov. Ak je ich $n$, je meranie $n$-krát citlivejšie.



Tabuľka 1

| | Usporiadanie | $k$ impulz. | $k$ trvale | $\lambda$ impulz. | $\lambda$ trvale | $c$ impulz. | $c$ trvale |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 |  | $A_{11}\frac{1}{t_m}$ | $B_{11}\frac{(1-uv)^2}{t_1(1-u)^2}$ | $A_{12}\frac{1}{U_m t_m}$ | $B_{12}\frac{1}{U_\infty}$ | $A_{13}\frac{1}{U_m}$ | $B_{13}\frac{t_1(1-u)^2}{U_\infty(1-uv)^2}$ |
| 2 |  | $A_{21}\frac{1}{t_m}$ | $B_{21}\frac{(1-uv)^2}{t_1(1-u)^2}$ | $A_{22}\frac{1}{U_m t_m}$ | $B_{22}\frac{1}{U_\infty}$ | $A_{23}\frac{1}{U_m}$ | $B_{23}\frac{t_1(1-u)^2}{U_\infty(1-uv)^2}$ |
| 3 |  | $A_{31}\frac{1}{t_m}$ | $B_{31}\frac{(1-uv)^2}{t_1(1-u)^2}$ | $A_{32}\frac{1}{U_m t_m}$ | $B_{32}\frac{1}{U_\infty}$ | $A_{33}\frac{1}{U_m}$ | $B_{33}\frac{t_1(1-u)^2}{U_\infty(1-uv)^2}$ |
| 4 |  | $A_{41}\frac{1}{t_m}$ | $B_{41}\frac{(1-uv)^2}{t_1(1-u)^2}$ | $A_{42}\frac{1}{U_m t_m}$ | $B_{42}\frac{1}{U_\infty}$ | $A_{43}\frac{1}{U_m}$ | $B_{43}\frac{t_1(1-u)^2}{U_\infty(1-uv)^2}$ |
| 5 |  | $A_{51}\frac{1}{t_m}$ | – | $A_{52}\frac{1}{U_m t_m}$ | – | $A_{53}\frac{1}{U_m}$ | – |

| $i$ | $A_{i1}$ | $B_{i2}$ | $A_{i2}$ | $B_{i2}$ | $A_{i3}$ | $B_{i3}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{r^2}{6}$ | $\frac{r^2}{2\pi}$ | $4{,}95 \cdot 10^{-2}\frac{g\Delta t}{r}$ | $\frac{g}{4\pi r}$ | $0{,}297\frac{g\Delta t}{r^3\gamma}$ | $\frac{g}{2r^3\gamma}$ | $u = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}$ |
| 2 | $\frac{r^2}{6}$ | $\frac{r^2}{2\pi}$ | $4{,}95 \cdot 10^{-2}\frac{g\Delta t}{r}$ | $\frac{g}{4\pi r}$ | $0{,}297\frac{g\Delta t}{r^3\gamma}$ | $\frac{g}{2r^3\gamma}$ | $v = \sqrt{\frac{t_1}{t_2}}$ $g = RI^2\alpha$ |
| 3 | $\frac{r^2}{4}$ | $\frac{4n^2}{\pi p^2}$ | $2{,}92 \cdot 10^{-2}\frac{g\Delta t}{nd}$ | $\frac{pg}{4\pi}$ | $0{,}117\frac{g\Delta t}{ndr^2\gamma}$ | $\frac{gp^3}{16n^2\gamma}$ | $p = \frac{2}{d}\ln\left[\frac{nd}{2r}+\sqrt{1+\left(\frac{nd}{2r}\right)^2}\right]-1$ |
| 4 | $\frac{r^2}{4}$ | $\frac{b^2}{\pi q^2}$ | $2{,}92 \cdot 10^{-2}\frac{g\Delta t}{b}$ | $\frac{qg}{4\pi}$ | $0{,}117\frac{g\Delta t}{ndr^2\gamma}$ | $\frac{gq^3}{4b^2\gamma}$ | $q = \ln\left[\frac{b}{2r}+\sqrt{1+\left(\frac{b}{2r}\right)^2}\right]$ |
| 5 | $\frac{r^2}{4}$ | – | $2{,}92 \cdot 10^{-2}\frac{ng\Delta t}{l}$ | – | $0{,}117\frac{ng\Delta t}{lr^2\gamma}$ | – | $R$ – odpor sondy |

## 2.6. Konečný tvar vzťahov pre meranie

Vo všetkých odvodených vzťahoch pre parametre $k$, $\lambda$ a $c$ vystupujú fakticky iba dve veličiny, ktoré treba merať – čas $t$ a teplotný rozdiel $\Delta T$, ktorý určujeme pomocou termonapätia $U = \alpha \Delta T$, kde $\alpha$ je termoelektromotorická sila použitého termočlánku. Ostatné veličiny vystupujúce v týchto vzorcoch vyjadrujú buď určitý geometrický faktor, ktorý je určený tvarom sondy, parametre použitého materiálu (špecifický odpor, termosilu), alebo intenzitu elektrického prúdu, ktorý vhodným zdrojom a primerane veľkým vonkajším odporom možno udržať vždy konštantný (nezávislý od odporu výhrevného drôtika). Ak všetky tieto faktory, ktoré pri meraní na rozličných materiáloch, resp. pri rozličných vonkajších podmienkach zostávajú nezmenené, zahrnieme do jedinej konštanty, nadobudnú všetky odvodené vzorce tento jednoduchý tvar:

a) impulzový ohrev:

$$k = A_{i1} \frac{1}{t_m}, \tag{6,1}$$

$$\lambda = A_{i2} \frac{1}{U_m t_m}. \tag{6,2}$$

$$c = A_{i3} \frac{1}{U_m}; \tag{6,3}$$

b) trvalé vyhrievanie:

$$k = B_{i1} \frac{(1 - uv)^2}{t_1(1 - u)^2}, \tag{6,4}$$

$$\lambda = B_{i2} \frac{1}{U_\infty}, \tag{6,5}$$

$$c = B_{i3} \frac{t_1(1 - u)^2}{U_\infty(1 - uv)^2}, \tag{6,6}$$

kde konštanty $A_{ij}$, $B_{ij}$ majú pre rozličné sondy rozličné hodnoty a sú uvedené v prílohe k tab. 1.

Výhoda takto napísaných vzťahov je jednak v tom, že umožňujú jednoduché sledovanie uvedených parametrov od vonkajších vplyvov (teploty, ožiarenia, tlaku atď.), ale najmä v tom, že meraním v kvapaline so známymi parametrami (napr. v destilovanej vode) možno hodnoty jednotlivých konštánt veľmi jednoducho určiť. Pri meraní pri teplotách odlišných od teploty, pri ktorej boli stanovené hodnoty týchto konštánt, treba však mať na zreteli, že veličiny $R$, $\alpha$ a $\varrho$ sa s teplotou tiež menia. Tieto závislosti pre bežné materiály sú však známe.



# 3. KONŠTRUKCIA SOND PRE MERANIE

## 3.1. Všeobecné pokyny

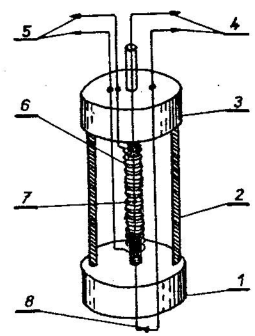
Podstatnými súčiastkami pre konštrukciu sond sú termočlánok a výhrevný drôtik. Z dôvodov dostatočnej pevnosti je najvhodnejší termočlánok nikel–chróm-nikel ($\Phi < 0{,}2$ mm), ktorý umožňuje meranie aj do vysokých teplôt. Ešte vhodnejší by mohol byť perličkový termistor s dostatočne pevnými prívodmi, ktorý by mohol zabezpečiť citlivosť najmenej o rád väčšiu. Pri meraniach pri teplotách odlišných od izbových teplôt je výhodné použiť dvojitý termočlánok (termočlánok s dvoma zvarmi), pričom jeden z nich je v blízkosti výhrevného drôtika (vo vzdialenosti $r$), druhý je od tohto miesta dostatočne vzdialený (aspoň 1 cm). Pri tejto úprave sa indikuje priamo relatívna teplota $\Delta T$.

Výhrevný drôtik má byť čo najtenší ($\Phi < 0{,}2$ mm), jeho elektrická a tepelná vodivosť má byť dostatočne malá. Vhodné materiály sú napr. konštantán, manganín, nikelín, kantal a i.

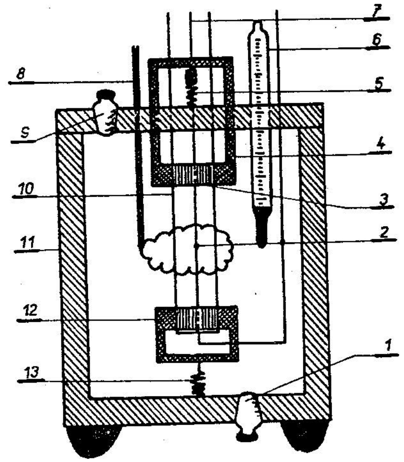
Optimálna vzdialenosť medzi výhrevným drôtikom a termočlánkom je $r \approx 4\sqrt{k}$ (v tom prípade je $t_m \approx 5$ sec), čo v dobre tepelne vodivých kvapalinách je 2–3 mm, v ostatných aj menej ako 2 mm. Napr. v hustom motorickom oleji pri $r = 2$ mm je $t_m \approx 10$ sec.

## 3.2. Vhodné tvary sond

Na obr. 7 je znázornená sonda používajúca ako zdroj tepla špirálu (cievku). Pozostáva z dvoch, najlepšie keramických, bločkov (1,3), v ktorých sú dva otvory




Obr. 7.




Obr. 8.

v strede pre prevlečenie termočlánku s dvoma zvarmi (7,8) a z cievky (6), ktorú možno veľmi jednoducho vyhotoviť napr. z elektrickej výhrevnej špirály. Stabilita sondy je zabezpečená stĺpikami (2) a pri meraní do vyšších teplôt je potrebné opatriť termočlánok vzpružinkou, aby bol stále dobre natiahnutý.

Na obr. 8 je znázornená sonda používajúca priamkové výhrevné drôtiky s nádobkou, do ktorej sa nalieva meraná kvapalina. Nádoba (11) má dva otvory pre nalievanie (9) a vypustenie (1) meranej kvapaliny, ďalší otvor pre zasunutie teplomera (6), ktorým sa meria teplota kvapaliny. Rovnomerné rozloženie teploty sa udržuje miešačkou (8). Na uchytenie výhrevných drôtikov (10) a termočlánku (2) slúžia dva rámčeky (4, 12). Spodný rámček je odpružený vzpružinkou (13) a zabezpečuje natiahnutie výhrevných drôtikov (symetricky rozložených okolo termočlánku), vzpružinka (5) zabezpečuje natiahnutie termočlánku.

Sonda znázornená na obr. 7 môže mať miesto špirálky aj valček. Je však potrebné valček na niekoľkých miestach prevŕtať, aby sa meraná kvapalina dostala do vnútra.

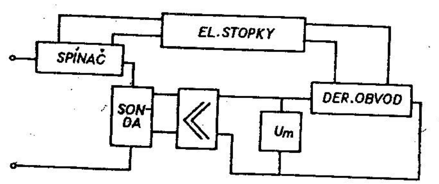
Látky s nízkym bodom topenia môžeme merať tak, že ich roztavíme, vložíme do nich sondu a necháme kvapalinu stuhnúť.

## 4. MERANIE A ZHODNOTENIE MERANIA

Meranie podľa navrhovaného spôsobu (impulzovou metódou) vyžaduje zmeranie termonapätia odpovedajúceho príslušnému vzrastu teploty a času extrému tohto rozdielu. Tepelný impulz sa realizuje krátkodobým zopnutím prúdového okruhu cez výhrevné drôtiky. Doba zopnutia $\Delta t \ll t_m$, v praxi to značí $\Delta t < 0{,}3$ sec. Pri tejto dobe a pri prúde $I = 5$ A možno napr. na výstupe z termočlánku v sonde znázornenej na obr. 7 získať $U_m \approx (100-500)\,\mu$V. Indikačný prístroj tohto termonapätia musí byť nezotrvačný a dostatočne citlivý.

Bloková schéma automatizovanej meracej aparatúry je znázornená na obr. 9. Termonapätie sa zo sondy vedie na jednosmerný zosilňovač, po zosilnení sa signál vedie na derivačný obvod, ktorý v okamžiku maxima impulzom zastaví stopky a na voltmeter ukazujúci maximálnu hodnotu. Pre priame meranie tepelnej vodivosti (kde vystupuje súčin $U_m t_m$) možno výhodne použiť Hallovu sondu ako násobičku [7].

Aparatúra podľa uvedenej blokovej schémy je však pomerne náročná. S dostatočnou presnosťou možno merať aj bez zosilňovača tak, že pripojíme termonapätie



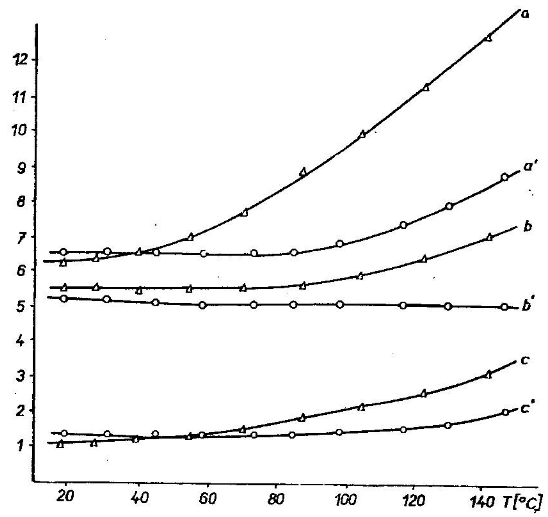
Obr. 9.



na líniový zapisovač (napr. „Micrograph" Kipp). Maximálna výchylka sa odčíta priamo a čas $t_m$ sa vypočíta z rýchlosti posuvu papiera v zapisovači. V krajnom prípade možno miesto zapisovača použiť dostatočne citlivý galvanometer a čas extrému stanoviť na základe vizuálneho pozorovania.

Čas $t_m$ treba vo všeobecnosti poopraviť o zotrvačnosť termočlánku a o zotrvačnosť samotného registračného prístroja. Túto korekciu nájdeme ľahko ako čas extrému v prípade, ak $r = 0$, t. j. ak termočlánok je v kontakte s výhrevným drôtikom. Pri použití vhodnej aparatúry je však táto korekcia zanedbateľne malá.

Presnosť merania sa riadi presnosťou stanovenia konštánt $A_{ij}$, resp. $B_{ij}$, presnosťou určenia napätia $U_m$ a času $t_m$. Meraním na normále (napr. $H_2O$) možno vzhľadom na vysokú reprodukčnú presnosť zmerať ich dostatočne presne. Čas

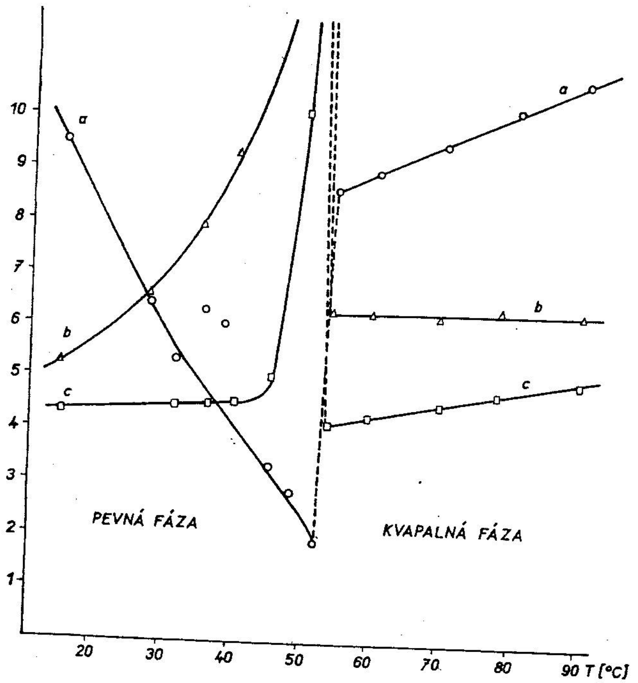


Obr. 10. $a$, $a'$ — $10^4$ k [cm²/sec]; $b$, $b'$ — $10^1$ c [cal/g °C]; $c$, $c'$ — $10^3$ $\lambda$ [watt/cm °C]; $\Delta$ — transf. olej; $o$ — olej. M 6 A.

extrému možno s uvážením subjektívnej chyby zmerať s presnosťou $\pm$ 0,1 sec, čo pri $t_m \gtrsim 5$ sec značí presnosť lepšiu ako 2 %. Použitím dostatočne citlivého indikátora možno s podobnou presnosťou zistiť aj $U_m$, takže celkovú presnosť zmerania $k$, $\lambda$, $c$ možno odhadnúť na 2–5 % (¹). Ak si uvedomíme, že za niekoľko minút možno získať sériu 5–10 meraní, z ktorých možno vziať priemer, vidíme, že uvedenou metódou možno rýchle a pritom aj dostatočne presne premeriavať tepelné parametre kvapalín.

(¹) Podrobnejšie zhodnotenie presnosti merania je uvedené v autorových prácach [8] a [9].

Na ilustráciu meracej metódy uvádzame na obr. 10 závislosť tepelných parametrov $k$, $\lambda$ a $c$ motorického oleja M 6 A, transformátorového oleja a na obr. 11 príslušné závislosti parametrov parafínu od teploty.




Obr. 11. $a$ – $10^4$ k [cm²/sec]; $b$ – 10 c [cal/g °C]; $c$ – $10^4$ $\lambda$ [cal/cm °Csec].

## 5. ZÁVER

V práci je navrhnutá nová metóda merania tepelných parametrov kvapalín. Teoreticky sa rieši spôsob merania s trvale aj okamžite pôsobiacim tepelným zdrojom. Výhodný je najmä impulzový spôsob merania, ktorý má oproti doteraz používaným metódam najmä tieto prednosti:

– meranie je rýchle (všetky tri parametre – $k$, $\lambda$, $c$ – sa odmerajú za niekoľko sekúnd),

– pri meraní sú takmer vylúčené rozličné parazitné vplyvy,

– pri meraní sa mení teplota kvapaliny nepatrne (lokálne), takže namerané parametre zodpovedajú skutočne teplote kvapaliny,

– konštrukcia sondy je jednoduchá a ľahko prenosná a umožňuje kontinuitné



meranie závislosti tepelných parametrov od teploty od najnižších až do vysokých teplôt.

Záverom ďakujem s. Kučerovi za vyhotovenie sondy a za starostlivé merania.

## LITERATÚRA


[1] Журков С. Н., Левин Б.Ю., *Сборник посвященный 70-летию академика А. Ф. Иоффе*, Москва 1952, 261—268.
[2] Krempaský J., Macková V., Skočková E., Mat.-fyz. časopis *11* (1961), 146–155.
[3] Krempaský J., Čs. čas. fyz. *12* (1962), 353–361.
[4] Krempaský J., *Sborník elektrotechnickej fakulty SVŠT*, Bratislava 1963, 137–144.
[5] Тихонов А. Н, Самарский А. А., *Уравнения математической физики*, Москва—Ленинград 1951.
[6] Krempaský J., Čs. patent č. 100 881.
[7] Kováčik M., Krempaský J., Elektrotechnický časopis *15* (1965), (v tlači).
[8] Krempaský J., Czech. J. Phys. B *14* (1964), 533–554.
[9] Krempaský J., Čsl. čas. fyz. A *15* (1965), (v tlači).


Došlo 28. 12. 1963.

*Katedra fyziky*
*Elektrotechnickej fakulty*
*Slovenskej vysokej školy technickej*
*v Bratislave*

## ELECTRICAL PROBES FOR MEASURING OF THERMAL CHARACTERISTIC OF LIQUIDS AND SOFT MATERIALS

Július Krempaský

Summary

A new principle of a quick and sufficiently accurate method of measuring the three basic thermal parameters of liquids (thermal diffusivity, thermal conductivity and specific heat, respectively) is theoretically worked out and experimentally proved. The whole measurement is very simple. This method can be used not only for quick measuring of these parameters of liquids, but especially for the recording of their temperature (irradiation or pressure, etc.) dependence.