PRINCÍP REVERZIBILITY A REFLEXIBILITY V OPTIKE TENKÝCH VRSTIEV

LADISLAV DUNAJSKÝ, Nitra

Úvod

V poslednom čase v súvislosti s diskusiou o niektorých problémoch optiky tenkých vrstiev značná pozornosť sa venovala použitiu princípu reverzibility v optike. O tejto otázke sa hovorí v článkoch [1–10]. V tomto článku budeme venovať pozornosť najmä tým otázkam, ktoré sa dosiaľ ešte úplne nepreskúmali.

Maxwellove rovnice a ich invariantnosť

Maxwellove rovnice pre vodivé izotropné prostredia sú písané v sústave MKSA tvaru.*

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \tag{1}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \tag{2}$$

$$\operatorname{div} \varepsilon \vec{E} = \varrho, \tag{3}$$

$$\operatorname{div} \mu \vec{H} = 0. \tag{4}$$

Tu $\vec{E}$ je vektor intenzity elektrického poľa,
$\vec{H}$ – vektor intenzity magnetického pola,
σ – vodivosť,
ε – permitivita,
μ – permeabilita,
ϱ – objemová hustota nábojov,
t – čas.

Tieto rovnice sú invariantné voči transformáciám typu a) a b) uvedeným v tab. 1.**

* Vektory sa píšu šípkou nad príslušným symbolom. Komplexné veličiny sa píšu tučným písmenom. Toto písanie sa zavádza preto, aby sme dôsledne odlíšili medzi sebou komplexné veličiny skalárne (t. j. časové vektory a komplexné konštanty), vektory a komplexné vektory.

** Samozrejme v našom prípade ide len o transformáciu veličín v druhom až v šiestom stĺpci tab. 1. Aby sme nemuseli tab. 1 v ďalšom uvádzať, v trocha obmenenom tvare píšeme vektory ako komplexné.

Tabulka 1

Typ \ Veličina, ktorú treba zmeniť	t	$\vec{E}$	$\vec{H}$	σ	ϱ	$\vec{m}$	x
a)	$-t$	$\vec{E}$	$-\vec{H}$	$-\sigma$	ϱ	$\vec{m}$	$-x$
b)	$-t$	$-\vec{E}$	$\vec{H}$	$-\sigma$	$-\varrho$	$\vec{m}$	$-x$
c)	t	$\vec{E}^*$	$-\vec{H}^*$	$-\sigma$	ϱ	$-\vec{m}^*$	x^*
d)	t	$-\vec{E}$	$\vec{H}^*$	$-\sigma$	$-\varrho$	$-\vec{m}^*$	x^*

V prvom riadku je uvedená veličina, ktorú pri jednotlivých invariantnostiach a)—d) treba zameniť na veličinu uvádzanú v príslušnom riadku v tom istom stĺpci.

Intenzita elektrického poľa v homogénnom izotropnom prostredí je tvaru:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 e^{iT}, \tag{5}$$

kde $\boldsymbol{E}_0$ je komplexná vektorová amplitúda rovinnej harmonickej elipticky polarizovanej vlny.

$$T = \omega\left(t - \frac{1}{c}\vec{\boldsymbol{m}} \cdot \vec{r}\right) \tag{5a}$$

je fáza.

Vo vzťahu (5a) $\vec{r}$ je polohový vektor, ω je kruhová frekvencia svetla a $\vec{\boldsymbol{m}} = \vec{m}_1 - i\vec{m}_2$ je vektor refrakcie, pričom $\vec{m}_1$ je kolmý na rovinu rovnakej fázy; $\vec{m}_2$ je kolmý na rovinu rovnakej amplitúdy a absolútne hodnoty týchto vektorov sú Vašíčkove konštanty pre šikmý uhol. Vektor refrakcie zaviedol a metódu komplexných vektorov rozvinul F. I. Fedorov v [11] a [12].

Obdobné vzťahy platia aj pre vektor $\vec{\boldsymbol{H}}$.

Pri úprave rovníc (1)–(4) budeme postupovať trocha ináč než sa to všeobecne robí. Pre ďalšie účely je potrebné zvlášť vyznačiť členy, ktoré sme dostali po derivácii podľa času. Toto označíme bodkou pod príslušným symbolom. Po príslušnej úprave dostaneme z rovníc (1)–(4) vzťahy

$$-\vec{\boldsymbol{m}} \times \vec{\boldsymbol{H}} = Z_v^{-1}(\varepsilon_{r1}\vec{\boldsymbol{E}} - i\varepsilon_{r2}\vec{\boldsymbol{E}}), \tag{6}$$

$$\vec{\boldsymbol{m}} \times \vec{\boldsymbol{E}} = Z_v \mu_r \vec{\boldsymbol{H}}, \tag{7}$$

$$-i\frac{\omega}{c}\vec{\boldsymbol{m}} \cdot \vec{\boldsymbol{E}} = \varrho, \tag{8}$$

$$\vec{\boldsymbol{m}} \cdot \vec{H} = 0. \tag{9}$$

Obvykle sa píše namiesto pravej strany rovnice (6) $Z_v^{-1}\varepsilon_r\vec{\boldsymbol{E}}$ (porov. napr. vzťahy na str. 23. knihy [12]).

Tu $\varepsilon_r = \varepsilon_{r1} - i\varepsilon_{r2}$ je relatívna komplexná permitivita a μ_r je relatívna permeabilita. Medzi týmito veličinami platí vzťah:

$$\vec{\boldsymbol{m}}^2 = \varepsilon_r\mu_r = \frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_v\mu_v} - i\,\frac{\sigma\mu}{\varepsilon_v\mu_v w}. \tag{10}$$

Vlnový odpor vákua $Z_v = \sqrt{\mu_v/\varepsilon_v}$ používame v tomto článku len v práve uvedenom zmysle, a nie v zmysle $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{E}/\boldsymbol{H}$, ako sa to v literatúre tiež používa. Pri transformáciách uvažovaných v tomto článku ε_v a μ_v sa nemení, preto sa nemení ani Z_v. Index v označuje veličiny pre vákuum.

Rovnice (6)–(9) sú invariantné voči štyrom typom transformácií, ktoré sú uvedené v tab. 1. Pri transformácii $\sigma \to -\sigma$ zmení sa znamienko vodivosti, ktoré je látkovou konštantou. Toto znamená zmenu samého prostredia, keď sa vlna šíri. Okrem ďalšej vlastnosti týchto invariantností, o ktorej bude reč ďalej, práve touto vlastnosťou sa líšia od obvykle uvažovaných invariantností, pri ktorých sa látkové konštanty netransformovali. Význam transformácie $\sigma \to -\sigma$ spočíva v tom, že pomocou nej dostaneme platné vzťahy pre vodivé prostredia. Ak sa vodivosť (σ) rovná nule, transformácie tab. 1 nevyžadujú zmeny látkovej konštanty.

Pri invariantnostiach typu a) a b) musíme, pravda, urobiť zmenu znamienka aj u členov označených bodkou dole v rovniciach (6) a (7), t. j. u členov, ktoré sme dostali deriváciou podľa času z rovníc (1) a (2). Toto je odôvodnené práve tým, že pri úprave týchto rovníc člen obsahujúci čas vypadol.

Transformáciu $\boldsymbol{x}$ – fázového rozdielu v jednotlivých tenkých vrstvách (posledný stĺpec tab. 1) určili sme na základe toho, že

$$\boldsymbol{x} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{m} \cdot \vec{d}. \tag{11}$$

Tu λ je vlnová dĺžka svetla vo vákuu, $\vec{d}$ je vektor hrúbky vrstvy. Absolútna hodnota tohto vektora sa rovná hrúbke vrstvy. Vektor je kolmý na rozhranie a je orientovaný na stranu šírenia sa vlny.

Pri každej invariantnosti treba urobiť transformáciu $\vec{d} \to -\vec{d}$, lebo vlna sa šíri opačným smerom. To, že vlna sa šíri opačným smerom, znamená, že fázová rýchlosť vlny má po urobení transformácií a)–d) opačný smer.

Treba si uvedomiť, že u rovníc (1)–(4) nemajú zmysel transformácie c) a d).

Identity, ktoré plynú z invariantnosti

Pri invariantnosti a) a b) dostaneme pre kolmý dopad, p a s zložku vlny pri šikmom dopade, ak vlna dopadá na ľubovoľnú sústavu tenkých vrstiev pôvodne zľava, vzťahy:

$$\boldsymbol{r}_{1n}\boldsymbol{E}_1^- + \boldsymbol{t}_{n1}\boldsymbol{E}_n^+ = \boldsymbol{E}_1^+, \tag{12}$$

$$\boldsymbol{t}_{1n}\boldsymbol{E}_1^- + \boldsymbol{r}_{n1}\boldsymbol{E}_n^+ = 0. \tag{13}$$

Indexy hore + a − pri $\mathbf{E}$ značia dopadajúcu a odrazenú vlnu a indexy dole číslo prostredia.

Amplitúdové koeficienty odrazu a lomu pre dopad zľava sú definované vzťahmi:

$$\mathbf{E}_1^- = \mathbf{r}_{1n}\mathbf{E}_1^+, \tag{14}$$

$$\mathbf{E}_n^+ = t_{1n}\mathbf{E}_1^+. \tag{15}$$

Pre dopad sprava obdobnými vzťahmi sú definované veličiny $\mathbf{r}_{n1}$ a $\mathbf{t}_{n1}$.

Vlnovka dole značí, že amplitúdové koeficienty pre jednoduché rozhranie, ktoré sú implicitne v $\mathbf{r}_{1n}$, $\mathbf{r}_{n1}$, $\mathbf{t}_{1n}$ a $\mathbf{t}_{n1}$, treba nechať bez zmeny a treba zmeniť znamienko u $\mathbf{x}$.

Vzťahy (12) a (13) na základe (14) a (15) možno upraviť na tvar:

$$\underset{\sim}{\mathbf{r}}_{1n}\mathbf{r}_{1n} + \underset{\sim}{\mathbf{t}}_{n1}\mathbf{t}_{1n} = 1, \tag{16}$$

$$\underset{\sim}{\mathbf{t}}_{1n}\mathbf{r}_{1n} + \underset{\sim}{\mathbf{r}}_{n1}\mathbf{t}_{1n} = 0. \tag{17}$$

Pri použití typu c) a d) dostaneme po úprave vzťahy:

$$\mathbf{r}'_{1n}\mathbf{r}^*_{1n} + \mathbf{t}'_{n1}\mathbf{t}^*_{1n} = 1, \tag{18}$$

$$\mathbf{t}'_{1n}\mathbf{r}^*_{1n} + \mathbf{t}'_{n1}\mathbf{t}^*_{1n} = 0. \tag{19}$$

Čiarka znamená, že amplitúdový koeficient pre jednoduché rozhranie a x treba nahradiť komplexne združenými veličinami, ktoré označujeme hviezdičkou.

Posledné dva vzťahy sú totožné so vzťahmi (16) a (17), nakoľko platí symbolická rovnica

$$'^* \equiv \sim. \tag{20}$$

Identity (16) a (17) odvodil Kard v [13] inou cestou a v [4] a [7] ich uvádza do súvislosti s princípom reverzibility. Nezávisle od Karda rovnaké vzťahy odvodil Šantavý v [5] a Knittl v [6] použil tieto identity na zjednodušenie rekurentných vzorcov, používaných v optike tenkých vrstiev. Článok [6] hovorí aj o vývoji riešenia tejto otázky.

Treba poznamenať, že tu išlo len o skúmanie určitého typu invariantnosti Maxwellových rovníc. Existujú aj iné typy invariantnosti týchto rovníc, ktoré sú uvedené napr. v [14].

Princíp reverzibility

Diferenciálne rovnice opisujúce mikroskopické deje* sú reverzibilné, t. j. sú invariantné voči transformácii $t \to -t$.

Ireverzibilita pri makroskopickom skúmaní javov sa vysvetľuje štatisticky. Pri použití princípu reverzibility sa dosiaľ vyžadovalo, aby pri transformácii $t \to -t$ nenadobudli také veličiny záporné znamienko, u ktorých toto záporné znamienko porušuje platnosť druhej termodynamickej vety (napr. vodivosť σ). Z toho dôvodu sa vylučovali absorbujúce vrstvy pri použití princípu reverzibility, ako napr. v [1, 15 a 16]. Takýto princíp reverzibility možno nazvať klasickým alebo termodynamickým.

Kard, Šantavý a Knittl používajú transformáciu $\sigma \to -\sigma$, ktorá je v rozpore s druhou termodynamickou vetou. Invariantnosti typu a) alebo b) nazvali títo autori zovšeobecneným princípom reverzibility. Fyzikálne transformácia $\sigma \to -\sigma$ znamená, že absorbujúce prostredie sme nahradili po transformácii $t \to -t$ takým prostredím, v ktorom sa prv absorbovaná elektromagnetická energia (teplo) premení samovoľne znovu na elektromagnetickú energiu (svetlo). Absorpcia je teda záporná. Výstižný názov tohto prostredia by bol virtuálne žriedlové prostredie. Prívlastok virtuálny zdôrazňuje, že existencia takéhoto prostredia odporuje druhej termodynamickej vete.

Ukázali sme, že invariantnosti a) a b) odporujú druhej termodynamickej vete, predsa však identity odvodené na ich základe v predchádzajúcom odseku sú správne. Toto možno vysvetliť na základe štatistického charakteru druhej termodynamickej vety. Inými slovami existuje veľmi malá pravdepodobnosť, že sa skutočná kovová vrstva bude chovať tak, aby jej vodivosť bola záporná. Vidíme, že druhá termodynamická veta nie je tak vnútorne spätá s Maxwellovou teóriou ako prvá, t. j. zákon zachovania energie.

Zovšeobecnený princíp reverzibility prechádza v termodynamický princíp reverzibility, ak niet absorpcie. To nastáva pre dva prípady:

1. $\sigma = 0$, t. j. dielektriká,
2. ľubovoľné jednoduché (Fresnelove) rozhranie.

Pritom rozdiel medzi týmito dvoma prípadmi je v tom, že pre jednoduché rozhranie, kde aspoň jedno z prostredí je kov, termodynamický princíp reverzibility dá sa použiť len na nekonečne malé okolie rozhrania, kým pre dielektriká princíp reverzibility platí pre ľubovoľný objem.

Invariantnosti a) a b) treba medzi sebou rozlišovať preto, že o b) Vlasov napísal v [17]: „Charakter tohto typu invariantnosti nie je objasnený v súčasnej teórii. Invariantnosť b) predpisuje aj inverziu náboja, ktorá zas vyžaduje zámenu častíc na antičastice. V optike obvykle $\varrho = 0$ a potom máme len fotóny. Fotón a antifotón sú identické častice (pozri napr. [18]).

V otázke oprávnenosti názvu princíp reverzibility voči poučke o obrátení smeru fázovej rýchlosti vlny treba poznamenať toto. Názov princíp je oprávnený preto, že invariantnosť voči transformácii $t \to -t$ platí vo veľmi širokej oblasti javov (pozri pozn. na str. 304). Názov poučka zasa poukazuje na to, že identity (16) a (17) sú dôsledkom Maxwellových rovníc a hraničných podmienok pre vektorov poľa neoddeliteľných od týchto rovníc.

Zavedenie zápornej vodivosti, a tým aj prostredia so zápornou absorpciou v makroskopickej elektrodynamike potvrdzuje poznámku v [19], že záporná absorpcia má viac klasický charakter, než sa všeobecne myslí.

* Ide tu o diferenciálne rovnice mechaniky, relativistickej mechaniky, elektromagnetického poľa a relativistickej kvantovej mechaniky.

Princíp reflexibility

Pri invariantnostiach c) a d) tab. 1 sa nemení znamienko času, ale znamienko vektora refrakcie. Názorne si môžeme vyložiť vznik tejto transformácie tak, ako by išlo o odraz svetla na úplne odrážajúcom zrkadle. Toto zrkadlo by tiež zaisťovalo príslušné fázové posuvy. Preto dr. Knittl v diskusii o tomto probléme navrhol nazvať invariantnosti c) a d) princípom reflexibility, aby sme túto transformáciu odlíšili od a) a b) tab. 1. Pritom o princípe reflexibility môžeme uvažovať len tam, kde sa môže zaviesť vektor refrakcie a o princípe reverzibility, resp. o zovšeobecnenom princípe reverzibility pri každom fyzikálnom procese. O vzájomnom vzťahu c) a d) tab. 1 platí to isté, čo o invariantnosti a) a b) tab. 1. Taktiež o vzťahu c) a d) k druhej termodynamickej vete možno povedať to isté ako o a) a b).

Vzťah medzi zákonom zachovania energie a princípom reverzibility

Zákon zachovania energie v optike tenkých vrstiev v pôvodnom tvare vyjadruje sa pomocou Poyntingových vektorov. Poyntingov vektor je veličina kvadratická, kým pôvodné vzťahy vyplývajúce z princípu reverzibility (12) a (13) sú lineárne. Zákon zachovania energie pri dopade vlny zľava dáva jeden vzťah, kým princíp reverzibility v tomto prípade dáva dva vzťahy, obdobne pri dopade sprava. Z tohto je zrejmé, že jeden kvadratický vzťah nemôže byť ekvivalentný dvom vzťahom lineárnym.

Ak máme len dielektriká bez úplného odrazu, zo zákona zachovania energie a zo vzťahu (12) alebo (16) vyplývajú po úprave rovnaké vzťahy. V ostatných prípadoch (aj v prípade dielektrík s úplným odrazom, kde niet absorpcie) nemožno identitu (12) alebo (16) energeticky interpretovať. Touto otázkou sa zaoberá aj článok [6].

Autor týchto riadkov sa domnieva, že je to spôsobené nespojitosťou transformácie $t \to -t$ (resp. $\vec{m} \to -\vec{m}^*$). Nespojitým transformáciám v klasickej teórii neodpovedá žiadny zákon zachovania (porov. napr. [18]). Je známe, že spojitej transformácii času odpovedá zákon zachovania energie.

Záver

Autor v závere ďakuje prof. A. Vašíčkovi, svojmu školiteľovi, doc. I. Šantavému a dr. Z. Knittlovi, ktorí s ním o týchto problémoch diskutovali a umožnili mu štúdium svojich ešte neuverejnených prác a vedeckej korešpondencie o týchto problémoch.

V článku [2, 3, a 6] sa hovorí o výsledkoch kandidátskej dizertačnej práce autora ako o práci, ktorá má byť publikovaná. Vzhľadom na to, že v priebehu času sa v tomto probléme dosiahol značný pokrok práve vďaka veľmi intenzívnej diskusii, ktorej sa okrem spomenutých odborníkov zúčastnil aj P. G. Kard z Tartu (Estonská SSR), pokúsil sa autor analyzovať nové problémy, ktoré vyplynuli z tejto diskusie, pretože výsledky odvodené v autorovej kandidátskej dizertačnej práci sú len zvláštnym prípadom (jednoduché rozhranie dvoch ľubovoľných prostredí) všeobecnej sústavy tenkých vrstiev; tento prípad sa rieši v článkoch [4, 5 a 6].

Poznámka. V prostredí so zápornou vodivosťou je aj absorpcia záporná. Záporná (indukovaná) absorpcia je nevyhnutná pre činnosť maserov, ktoré sa pre optické frekvencie nazývajú aj lasery [pozri napr. Albekov P. S., Pesin M. S., Fabelinskij I. L., ŽETF 39 (1960), 892, Schawlow A. L., Fizikai Szemle XI, 1961, 263 a Šantavý J., Jemná mechanika a optika VII (1962), 172].

LITERATÚRA

[1] Knittl Z., Czech. J. Phys. 9 (1959), 133, tiež Čs. čas. fys. 9 (1959), 4.
[2] Vašíček A., ИАН ЕССР сер. физ.—мат. и техн. наук (1960), 242.
[3] Vašíček A., Zeitschrift für Physik 161 (1961), 26.
[4] Кард П. Г., ИАН ЕССР сер. физ.-мат. и техн. наук (1960), 340.
[5] Šantavý I., Optica acta 8 (1960), 301.
[6] Knittl Z., Optica acta 9 (1961), 33.
[7] Кард П. Г., Опт. и спектр. 11 (1961), 237.
[8] Vašíček A., Опт. и спектр. 11 (1961), 242.
[9] Vašíček A., Optik 18 (1961), 267.
[10] Dunajský L., Опт. и спектр. 11 (1961), 547.
[11] Федоров Ф. И., Труды И ФМ АН БССР? I., 32.
[12] Федоров Ф. И., *Оптика анизотропных сред*, Минск 1958.
[13] Карл П. Г., Опт. и спектр. 9 (1960), 95.
[14] Иваненко Д., Соколов А., *Классическая теория поля*, Москва 1954, 122.
[15] Knittl Z., Czech. J. Phys. T (1957), 427; tiež Čs. čas. fys. 7 (1957), 348.
[16] Clark J., JOSA 43 (1953), 138.
[17] Власов А. А., *Макроскопическая электродинамика*, Москва 1956, 40.
[18] Вальтер А. К., *Введение в физику элементарных частиц*, Харьков 1960, 24.
[19] Бутаева Ф. А., Фабрикант В. А., *Исследования по экспериментальной и теоретической физике*, Москва 1959, 62.

Došlo 6. 5. 1961.

Katedra matematiky a fyziky
Vysokej školy poľnohospodárskej
v Nitre

ПРИНЦИП ОБРАТИМОСТИ И РЕФЛЕКТИВНОСТИ В ОПТИКЕ ТОНКИХ СЛОЕВ

Ладислав Дунайски

Резюме

В статье разбыраются вопросы связанные с принципом обратимости и рефлексивности, которые вытекали из дискуссии в статьях [1—10]. Соответствующие преобразования приведены в таб. 1; *a*) и *b*) означает принципы обратимости, *c*) и *d*) принципы рефлексивности. Из

этих преобразований вытекают соотношения (16) и (17). Показано, что преобразования *a)*—*d)* противоречат второму началу термодинамики. Тождества (16) и (17) все таки правильны. Это объясняется на основе статистического смысла второго начала термодинамики. Затем решается вопрос, почему надо различать между собой инвариантности *a)* и *b)* и аналогично *c)* и *d)* и вопрос законности названия принцип или теорема. Когда нет поглощения, обобщенный принцип обратимости переходит в классический принцип обратимости. В общем из закона сохранения энергии и принципа обратимости и после преобразования вытекают разные соотношения. Это причинено прерывностью преобразования $t \to -t$ ($\vec{m} \to \vec{m}^*$).

PRINCIPLE OF REVERSIBILITY AND REFLEXIBILITY IN OPTICS OF THIN FILMS

Ladislav Dunajský

Summary

In the paper the questions connected with principle of reversibility and reflexibility arisen from discussion in papers [1]—[10] are analysed. Corresponding transformations are shown in table 1; a) and b) is principle of reversibility, c) and d) is principle of reflexibility. These transformations after adjustement give relations (16) and (17). It is shown that transformations a) — d) contradict the second law of thermodynamics. The identities (16) and (17) are right however. This can be explained on the basis of the statistical interpretation of the second law of thermodynamics. Further the question is solved why distinguish invarioances a) and b), resp. c) and d) between themselves is necessary, and the question of raison d'être of name principle or theorem. If no absorption is present generalized principle of reversibility changes into classical principle of reversibility. In general, form law of conservation of energy and principle of reversibility different relations also after adjustment follow. This is caused by discontinuity of transformation $t \to -t$ (or $\vec{m} \to \vec{m}^*$).