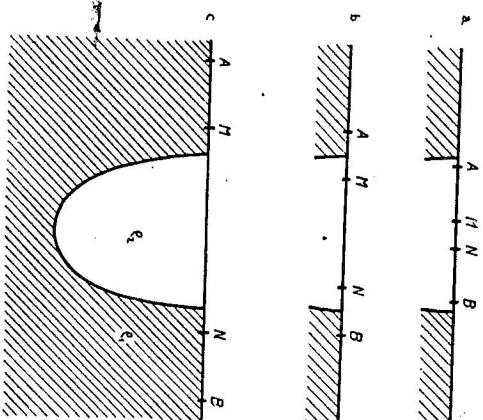


GEOELEKTRICKÉ ODPOROVÉ ANOMÁLIE VYVOLANÉ VLOŽKOU TVARU SPLOŠTENÉHO POLELIPSOIDU

SILVESTER KRAJČOVÍČ, Bratislava

Pri praktickom geoelektrickom prieskume v teréne sa môže vyskytnúť prípad, keď sa v nekonečnom polopriestore nachádza rušivé teleso tvaru splošteného pol-elipsoidu o inej elektrickej vodivosti.



Obr. 1.

Okrajová úloha geoelektriky pre rušivé teleso tohto tvaru bola vyriešená v práci [1], z ktorej preberáme pre výpočet geoelektrických odporových anomálií vzorce v tvare nekonečných konvergentných radov.

Vzťahy platné pre výpočet zdanlivého špecifického odporu pri Schlumbergerovom usporiadaní, a to jednak pre prípad vnútorného sýtenia (obr. 1a), jednak pre prípad vonkajšieho sýtenia (obr. 1b), majú tento tvar:

$$\varrho_{2d} = \varrho_2 \left[1 + \frac{i\eta_0^2}{kq} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)!}{2^{2n}(n!)^2} B_{2n+1}^+ \right], \quad (1)$$

$$\varrho_{2d} = \frac{i\eta_0^2 \varrho_1}{q} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)!}{2^{2n}(n!)^2} B_{2n+1}^+, \quad (2)$$

v ktorých sa pre jednoduchosť zaviedli označenia:

$$B_{2n+1} = \frac{(\kappa - 1) N_n(1 + \eta_1^2) Q_n(i\eta_1) Q_n'(i\eta_1)}{1 + (\kappa - 1)(1 + \eta_1^2) P_n(i\eta_1) Q_n(i\eta_1)}, \quad (1a)$$

$$B_{2n+1}^+ = \frac{\kappa N_n}{1 + (\kappa - 1)(1 + \eta_1^2) P_n(i\eta_1) Q_n(i\eta_1)}. \quad (2a)$$

Všetky pre výpočet potrebné konštanty, ktoré vystupujú v rovniciach (1a) a (2a), sú uvedené v práci [1].

Pri numerickom výpočte teoretických sondážnych kriviek podľa rovníc (1) a (2) sa použilo usporiadanie výpočtov do tabuliek, ktoré kvôli stručnosti neuvádzame.

Vo výrazoch B_{2n+1} a B_{2n+1}^+ sa vyskytujú polynómy $P_n(i\eta_1)$; $P_n'(i\eta_1)$ a Legendrove funkcie druhého druhu s imaginárnym argumentom $Q_n(i\eta_1)$; $Q_n'(i\eta_1)$, ktoré boli určené pre $n = 0$ až $n = 7$ a majú tieto tvary:

$$\begin{aligned} P_0(i\eta) &= 1; P_1(i\eta) = i\eta; P_2(i\eta) = -(1,5\eta^2 + 0,5); P_3(i\eta) = -i(2,5\eta^3 + 1,5\eta); \\ P_4(i\eta) &= 4,375\eta^4 + 3,750\eta^2 + 0,375; P_5(i\eta) = i(7,875\eta^5 + 8,750\eta^3 + 1,875\eta); \\ P_6(i\eta) &= -(14,4375\eta^6 + 19,6875\eta^4 + 6,5625\eta^2 + 0,3125); \\ P_7(i\eta) &= -i(26,8125\eta^7 + 43,3125\eta^5 + 19,6875\eta^3 + 2,1875\eta). \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} P_1'(i\eta) &= 1; P_2'(i\eta) = 3i\eta; P_3'(i\eta) = -(7,5\eta^2 + 1,5); P_4'(i\eta) = -i(7,5\eta^3 + 7,5\eta); \\ P_5'(i\eta) &= 39,375\eta^4 + 26,250\eta^2 + 1,875; P_6'(i\eta) = i(86,625\eta^5 + 78,750\eta^3 + 13,125\eta); \\ P_7'(i\eta) &= -(187,6875\eta^6 + 216,5625\eta^4 + 59,0625\eta^2 + 2,1875). \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} Q_1(i\eta) &= \eta \operatorname{arctg} \eta - 1; \quad Q_3(i\eta) = -\frac{1}{2} (5\eta^3 + 3\eta) \operatorname{arctg} \eta + \frac{1}{2} \left(5\eta^2 + \frac{4}{3} \right); \\ Q_5(i\eta) &= \left(\frac{68}{3} \eta^5 + \frac{35}{4} \eta^3 + \frac{15}{8} \eta \right) \operatorname{arctg} \eta - \left(\frac{63}{8} \eta^4 + \frac{49}{8} \eta^2 + \frac{8}{15} \right); \\ Q_7(i\eta) &= -\left(\frac{425}{16} \eta^7 + \frac{693}{16} \eta^5 + \frac{315}{16} \eta^3 + \frac{35}{16} \eta \right) \operatorname{arctg} \eta + \\ &+ \frac{429}{16} \eta^6 + \frac{275}{8} \eta^4 + \frac{489}{80} \eta^2 + \frac{16}{35}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Q_1'(i\eta) &= -i \left(\operatorname{arctg} \eta - \frac{\eta}{1 + \eta^2} \right); \\ Q_3'(i\eta) &= \frac{i}{2} \left(15\eta^2 \operatorname{arctg} \eta - \frac{5\eta^3}{1 + \eta^2} + 3 \operatorname{arctg} \eta - \frac{3\eta}{1 + \eta^2} - 10\eta \right). \end{aligned} \quad (6)$$

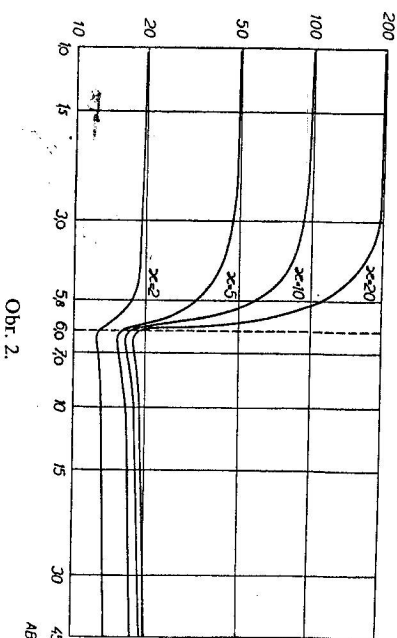
K sústavě rovnic (6) poznamenáme, že výrazy pre Legendrove funkcie druhého druhu s imaginárnym argumentom $Q'_4(in), \dots, Q'_7(in)$, ktoré sa použili v numerických výpočtoch, nie sú kvôli stručnosti uvedené.

Pre výpočet teoretických sondážnych kriviek pre Schlumbergerovu metódu sa zvolili tieto hodnoty špecifických odporov polielipsoidu a polopriestoru: $\kappa = 2,5$; $10,0$; $20,0$. Pri vnútornom sýtení sme zvolili tieto rozstupy sýtnych elektród: $\overline{AB} = 5,0$ m; $5,99$ m. Priom sme zvolili pre rušivý polielipsoid tieto parametre, merané všetky v metroch: $a = 6$; $b = 3$; $c = 5,196$; $\eta_1 = 0,578$. Priom pre veľké rozstupy elektród ($\overline{AB} > 30$ m) sme použili pre výpočet hodnôt Legendrových funkcií druhého druhu s imaginárnym argumentom asymptotický vzťah:

$$Q_n(in) \approx (-i)^{n+1} \frac{2^n (n!)^2}{(2n+1) i \eta^{n+1}}, \quad (7)$$

keď sme sa najprv presvedčili, že už pre $Q_1(in)$ je rozdiel medzi exaktným a približným výrazom $4 \cdot 10^{-3}$, kým pre $Q_7(in)$ je to už len $4 \cdot 10^{-7}$, teda hodnota zanedbateľne malá.

Teoretické sondážne krivky pre Schlumbergerovu metódu sú graficky znázornené na dvojíom logaritmickom papieri, pričom modul vodorovnej súradnicovej osi je 150 mm, kým modul zvislej osi je 200 mm, aby priebeh geoelektrických anomálií bol



Obr. 2.

zreteľnejší. Na obr. 2 sú na vodorovnej súradnicovej osi vynesené hodnoty vzdialenosti $\overline{AB}$ v metroch, kým na zvislej súradnicovej osi sú vynesené hodnoty zdaniľového špecifického elektrického odporu.

Z grafického znázornenia teoretických kriviek je na prvý pohľad zrejmé, že pri vonkajšom sýtení sa geoelektrická anomália aj pre veľký rozstup elektród A, B vždy zreteľne odlišuje od špecifického elektrického odporu polopriestoru, ktorý sme v našom prípade zvolili rovný 1Ω m. Svojím priebehom pripomínajú teoretické

krivky „dvojvrstvový profil“ aspoň v prvej časti uvažovaného rozstupu sýtnych elektród.

Pre výpočet teoretických sondážnych kriviek pre Wennerovo usporiadanie sa zvolili také isté parametre ako v predošlom odseku. Rozdiel však je v tom, že výpočet sa robil v troch etapách, pretože vzájomné vzdialenosti medzi sýtnymi a mernými elektródami sa v tomto prípade rádovali neľúbia, $\overline{MN} = 1/3 \overline{AB}$.

V prvej etape výpočtu, pre rozstup merných elektród $\overline{MN} < 2$ m (obr. 1a) sme použili vzorec:

$$Q_{2d} = Q_2 \left[1 + \frac{8e\eta}{\kappa q} \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} P_{2n+1}(in) \right], \quad (8)$$

v ktorom

$$B_{2n+1} = - \frac{(\kappa - 1)(1 + \eta^2) N_n Q_n(in_1) Q_n(in_1)}{1 + (\kappa - 1)(1 + \eta^2) P_n(in_1) Q_n(in_1)}, \quad (8a)$$

a to pre tieto vzdialenosti merných elektród: $\overline{MN} = 1,0$ m; $1,5$ m; $1,9$ m.

Pre druhú etapu výpočtu teoretických kriviek, keď sa merné elektródy M, N ešte nachádzajú na povrchu elipsoidu, kým sýtné elektródy A, B sú už vo vonkajšom polopriestore, použili sme pre výpočet vzťah:

$$Q_{2d} = \frac{8e\eta Q_1}{q} \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} P_{2n+1}(in), \quad (9)$$

pre rozstup merných elektród $\overline{MN} = 2,1$ m; $2,5$ m; $4,0$ m; $5,5$ m.

Konečne pre tretiu etapu výpočtu, keď sa aj merné aj sýtné elektródy nachádzajú mimo oblasti rušivého telesa (obr. 1c), vypočítali sa teoretické krivky podľa rovnice:

$$Q_{2d} = Q_1 \left[1 + \frac{8e\eta}{q} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} Q_{2n+1}(in) \right], \quad (10)$$

v ktorej

$$A_{2n+1} = - \frac{(\kappa - 1)(1 + \eta_1^2) M_n P_n(in_1) P_n(in_1)}{1 + (\kappa - 1)(1 + \eta_1^2) P_n(in_1) Q_n(in_1)}. \quad (10a)$$

Pre výpočet tejto etapy sa zvolili tieto rozstupy merných elektród: $\overline{MN} = 7,0$ m; $10,0$ m; $15,0$ m.

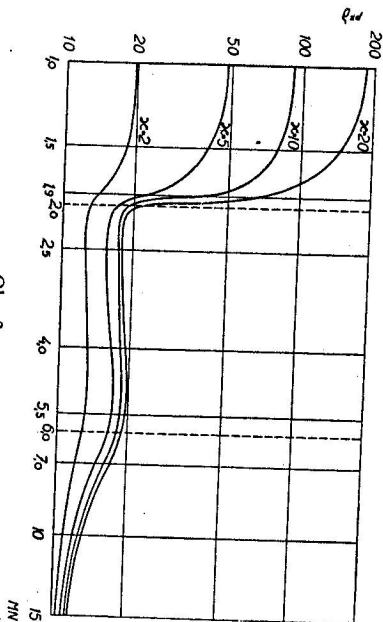
Teoretické sondážne krivky pre toto usporiadanie sú zase graficky vynesené na dvojíom logaritmickom papieri, pre také isté moduly ako v predošlom odseku. Priebeh týchto kriviek je zrejmy z obr. 3.

Na rozdiel od teoretických sondážnych kriviek pre Schlumbergerovo usporiadanie majú tieto krivky výslovene „trojvrtvový charakter“. Priom je z ich priebehu zrejma anomália v intervale $4,0$ m $\leq \overline{MN} \leq 6,0$ m, spôsobená zrejme prechodom

сѣмныхъ электродъ з области рѣшвѣго поллепсоеиду до области вонкаjšепо polo-
постору.

В даљей части преебеку теоретическихъ кривекъ са постурне зачина прѣяововаѣ аспурпо-
тѣкѣ клесане hodnoty зданливѣго шpecificкѣго одрору к hodnotѣ ϱ_1 , teda к шpeci-
фickѣму одрору полорпестору.

Мѣжеме teda констатоваѣ, же геоелектрикѣ одроровѣ аномалиѣ, вуволанѣ в пе-
конѣсном полорпесторе рѣшвѣпоу поллепсоеидальпоу влозкоу, мѣжу са при тетѣмныхъ



Обр. 3.

метаніахъ прѣяавіѣ розлічнѣмъ спѣсѣбѣмъ. Вѣлкосі а змена геоелектрическихъ аномаліѣ
зависіѣ прѣдѣлѣтѣмъ од геометрѣкѣго успорпданіа метѣхъ сондъ сѣмныхъ электродъ,
а то паймѣ вѣду, кеѣ са стред геоелектрикѣй сондѣже наѣадѣа в стрѣде рѣшвѣй
влозкоу о іном шspecificкомъ одроре.

Затѣмъ ѣо при Веннерѣвомъ успорпданіѣ электродъ а сондъ врлѣв рѣшвѣй влозкоу при
звѣдѣшѣваніѣ са вздальности MN постурне мизне, доконѣа аї пре $k = 20$ је уѣ при
 $AB = 10$ м геоелектрикѣа аномаліа занѣдѣатѣлнѣа, не је то такъ при Schlumbergetовомъ
успорпданіѣ. При тетѣй метарѣкѣй схѣме је ѣще аї при $AB = 100$ м геоелектрикѣа
аномаліа доѣст вѣлкѣа (10 %) а мѣгне стѣпѣяїу, алѣбо аспѣй неклесѣяїу тен-
денціу.

Je то до урѣтѣй мѣтѣрѣ вѣдѣдокъ аналогическѣй тому, которѣ са доѣсїаѣл в прѣаї [2];
тамъ са урѣбїа аналіза геоелектрическихъ одроровѣхъ аномаліѣй пре прѣпадъ рѣшвѣго
телѣа тварѣ полгїлѣ пре такѣ ісѣ метарѣкѣй схѣмѣу аї в тетѣй прѣаї.

Мѣжеме teda формуловаѣ вѣдѣдокъ нашо розбору такѣо: аї ромѣгне малѣ
поврхѣовѣ інѣомогеніа о іней электрѣкѣй водївѣстї, аїко мѣа околїтѣ про-
ней вздальности. Je то такъ паймѣ вѣду, кеѣ је інѣомогеніа в стрѣде сон-
дѣже. Знамѣнѣа то teda, же вѣлѣа вѣоднѣй метарѣкѣй схѣмѣу је при одроро-
вѣхъ метаніахъ — паймѣ в тетѣне с поврхѣовѣмї інѣомогеніаїмї — вѣлмї
дѣлѣжїа.

LITERATURA

- [1] Kolbenheyer T., *Рѣшеніе октагоной плошу одроровѣй геоелектрѣкѣй пре сплѣшенѣй ротатїѣй ellipsoid*,
Geofyzikální sborník 1955, ѣ. 33.
- [2] Країчѣовїѣ S., *Геоелектрикѣе одроровѣ аномаліѣ вуволанѣ полгїлѣовѣ поврхѣовѣ інѣомогеніѣмъ*,
Geofyzikální sborník 1959, ѣ. 120.
- [3] Hobson E. W., *The theory of spherical and ellipsoidal harmonics* (ruskѣй прѣклад). Москва 1952.

Дошїо 30. 4. 1960.

Geofyzikálne laboratórium
Slovenskej akadémie vied
v Bratislave

ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АНОМАЛИИ, СОЗДАННЫЕ ТЕЛОМ СЖАТОГО ПОЛУЭЛЛИПСОИДА

Сильвестер Крайчович

Резюме

В работе вычислены и построены теоретические кривые геоэлектрических аномалий,
созданных телом вида сжатого полуэллипсоида вращения, электрическая проводимость
которого отливается от электрической проводимости бесконечного однородного изотропного
полупространства. Теоретические кривые зондирования вычислены для различных соотно-
шений удельных электрических сопротивлений полуэллипсоида и полупространства, а именно
для установок Веннера и Шлумберге. При этом оказалось, что теоретические кривые для
установки Веннера имеют трехлобный вид, а теоретические кривые для установки Шлум-
берге напоминают двухлобный вид.

В заключении работы дан анализ полученных результатов, которые сравниваются с резуль-
татами геоэлектрических аномалий, для случая, когда тело возмущения имеет форму полу-
шара.

Наконец, в работе отмечается большое значение правильного выбора установки, а именно
такого, чтобы результаты полевых работ были как можно более эффективными.

VON GEOELEKTRISCHEN ANOMALIEN, DIE DURCH DAS ABGEPLATTETE ROTATIONSELLIPSOID HERVORGERUFEN SIND

Silvester Krajšović

Zusammenfassung

In der Arbeit werden die theoretischen Kurven der geoelektrischen Anomalien, die durch das
abgeplattete Rotationsellipsoid im unendlichen Halbraum von anderer Leitfähigkeit hervorgerufen
sind, berechnet und konstruiert.

Die theoretischen Kurven werden für verschiedene Verhältnisse der spezifischen Widerstände
des Halbellipsoids und des Halbraumes berechnet. Es handelte sich um die Wennersche und Schlum-
bergersche Anordnung der Stromelektroden und Meßsonden.

Daraus erfolgt, daß die theoretischen Kurven für die Wennersche Anordnung dreischichtige Form haben, indessen die theoretischen Kurven für die Schlumbergersche Anordnung die zweischichtige Form haben.

Am Schluß der Arbeit wird die Analyse der erreichten Resultate durchgeführt. Die Resultate werden mit anderen Resultaten und zwar mit Anomalien für Halbkugel im Halbraum verglichen. In dieser Arbeit wird gezeigt auf die große Bedeutung der entsprechenden Wahl der Meßanordnung der Elektroden.