MATEMATICKO-FYZIKÁLNY ČASOPIS SAV, X, 3-1960

К ВЫВОДУ ВОЛЬТАМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕХОДА p—n

ЮЛИУС КРЕМПАСКИ, Братислава

Введение

Вольтамперная характеристика перехода p—n (в дальнейшем ВА-характеристика) была выведена Шокли [1] (смотри также [2—3]) и имеет вид

$$i = \left(\frac{u_p kT p_N}{L_p} + \frac{u_n kT n_P}{L_n}\right)\left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right) \tag{1}$$

где n_P, p_N — концентрация электронов в глубине P области или концентрация дырок в глубине N области полупроводника
$u_n u_p$ — подвижность электронов (дырок)
$L_n L_p$ — расстояние диффузии электронов в глубине P области или дырок в глубине N области полупроводника
k — постоянная Больцманна
T — абсолютная температура

Уравнение (1) было выведено при весьма упрощающих условиях, из которых укажем главнейшие:

1. Рекомбинация носителей заряда в области самого барьера, т. е. между точками A и B на рис. 1 пренебрежима. Для этого необходимо предположение, что толщина барьера не больше расстояния диффузии носителей заряда. Это предположение дает возможность ограничиться при нахождении ВА-характеристики только решением соответствующих уравнений в однородных областях налево или направо от границ перехода.

2. Омической составляющей тока можно по сравнению с диффузной пренебречь при условии, что напряженность электрического поля на границах перехода p—n пренебрежимо мала.

3. В переносе заряда через переход p—n в не пропускном направлении майоритные носители заряда участия не принимают.

Оказалось, что ВА-характеристика (1) является в достаточной мере удовлетворительной только для малых напряжений (в направлении пропускания лишь доли вольта). При высших напряжениях получаются значительные отклонения (рис. 2).

В современной литературе уже имеется ряд статей, имеющих целью качественное и количественное объяснение указанных отклонений. Так, например, Клейнкнехт и Зейлер [4] приписывают эти отклонения влиянию рекомбинационных центров, т. е. невыполнению условия 1. Подобно тому Толпыго и Рашба [5] принимают во внимание рекомбинационные центры —

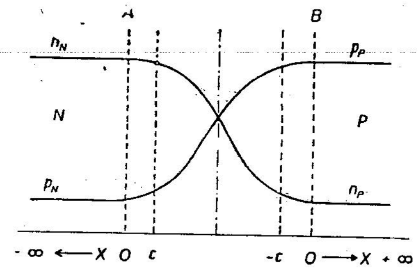

Рис. 1.

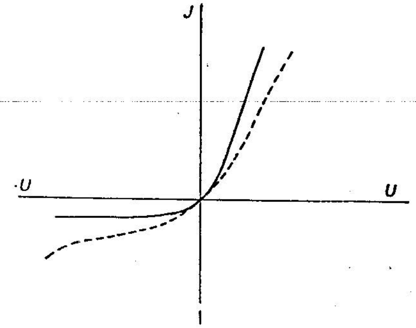

Рис. 2.

а именно двух родов: мелкие и глубокие. Они учли и влияние электического поля и вывели ВА-характеристику для больших токов в направлении пропускания, которая была в достаточной мере подтверждена экспериментально [6].

Гуса и Цигелка [7] усматривают главную причину отклонений в понижении энергии активирования носителей тока под влиянием электрического поля на основании гипотезы Волькенштейна [8] и в изменении толщины барьера с напряжением.

Весьма вероятно, что в изменении величины соответственных отклонений от значений, вытекающих из выражения (1) принимают аддитивно участие все указанные, а по всей вероятности, и дальнейшие факторы. При этом некоторую роль здесь наверное играет и то, что на практике не выполнены даже предположения 2 и 3. Назначением настоящей работы именно является исследование ВА-характеристики перехода p—n на простой модели без требования выполнения указанных условий. Рекомбинацией в самом переходе мы однако будем пренебрегать.

1. Основные соотношения

В одномерной модели перехода p—n (рис. 1) в стационарном состоянии определяются концентрации электронов и дырок, плотности тока электронов и дырок и напряженность электрического поля следующими уравнениями:

$$\frac{di_p}{dx} = -\frac{e}{\tau_p}(p - p_0) \tag{2,1}$$

$$\frac{di_n}{dx} = \frac{e}{\tau_n}(n - n_0) \tag{2,2}$$

$$i_p = eu_p pE - u_p kT \frac{dp}{dx} \tag{2,3}$$

$$i_n = eu_n nE + u_n kT \frac{dn}{dx} \tag{2,4}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e}{\varepsilon}(p - n + N_D - N_A) \tag{2,5}$$

где n, p — концентрация электронов и дырок
n_0, p_0 — равновесная концентрация электронов и дырок (при $U = 0$)
τ_n, τ_n — время жизни электронов (дырок)
N_D, N_A — концентрация ионизированных доноров (акцепторов)
ε_0 — диэлектрическая постоянная

Если не принимать во внимание электронные и дырочные „ловушки" из непрерывности суммарного тока $i = i_n + i_p$

$$\frac{di}{dx} = \frac{di_n}{dx} + \frac{di_p}{dx} = 0$$

следует[1]

$$\frac{n - n_0}{\tau_n} = \frac{p - p_0}{\tau_p} \tag{3}$$

При выводе ВА-характеристики (1) решается система уравнений (2) в однородных областях N и P, а именно при условии $E = 0 \left(\frac{dn_0}{dx} = \frac{dp_0}{dx} = 0\right)$. Таким путем при решении оказывается, что все „качество" перехода характеризуется лишь одним краевым условием, вытекающим из предположения больцманновского распределения носителей заряда по энергии. Для того, чтобы при решении учесть также и некоторые конкретные свойства самого перехода p—n, мы найдем решение системы уравнений (2) и для узкой области барьера, соприкасающейся с внутренней стороной его краев (точки A и B на рис. 1), т. е. в области $0 < x < \varepsilon$ в полупроводнике типа N и $-\varepsilon < x < 0$ в полупроводнике типа P. В этих элементарных

[1] τ_n и τ_p, фигурирующие в настоящем уравнении, уже не являются постоянными материала, а параметрами, характеризующими стационарное состояние. В общем случае они являются функциями концентраций n, p. Вследствие этого данное уравнение не представляет собой уже тождества (которым оно является, если уравнения (2) написать в общем виде [9]), а уравнение, которое при расчете может заменить более сложное условие Пуассона (2, 5), как например в работе [10].

областях уже проявляется неоднородность концентрации доноров и акцепторов.

Предположим, что равновесное распределение электронов и дырок в указанных элементарных областях можно выразить следующими соотношениями:

N область

$$n_0 = n_N e^{-ax} \tag{4,1}$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = p_N e^{ax} \tag{4,2}$$

P область

$$p_0 = p_P e^{bx} \tag{5,1}$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{p_0} = n_P e^{-bx} \tag{5,2}$$

где p_N — концентрация дырок в глубине области N (а также и в точке $x = 0$)
n_P — концентрация электронов в глубине области P (а также и в точке $x = 0$)
a, b — некоторые постоянные.

При выборе предельно узких указанных областей, можно параметры τ_n и τ_p в них считать постоянными.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением области N, так как рассуждения в области типа P аналогичны.

Из уравнений (2,3) и (2,4) следует

$$E = \frac{i}{\sigma} + kT \frac{u_p \frac{dp}{dx} - u_n \frac{dn}{dx}}{\sigma} \tag{6}$$

где $\sigma = eu_n n + eu_p p$ — общая электрическая проводимость.

В рассматриваемой области $0 < x < \varepsilon$ градиенты концентраций достигают уже значительной величины, поэтому можно и при сравнительно больших значениях тока пренебречь первым членом в уравнении (6) по сравнению со вторым. Так как $n > p$, то можно писать $\sigma \approx eu_n n$ и на основании (3) мы для E получаем

$$E \approx \frac{kT}{e}\left(\frac{z}{n}\frac{dp}{dx} + a\right) \tag{7}$$

где

$$z = \frac{u_p}{u_n}\left(1 - \frac{u_n \tau_{nN}}{u_p \tau_{pN}}\right) = \frac{u_p}{u_n}\left(1 - \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right)$$

Символом L_{nN} мы формально обозначили расстояние диффузии электронов в области N, т. е. расстояние диффузии майоритных носителей, L_{pN} — расстояние диффузии дырок в области N, т. е. расстояние диффузии миноритных носителей.

Подставляя (7) в уравнение (2,1) и преобразуя, мы для концентрации дырок в области $0 < x < \varepsilon$ получаем дифференциальное уравнение [11]

$$\frac{d^2p}{dx^2} - a\frac{dp}{dx} - \frac{1}{L_p^2}(p - p_N e^{ax}) = 0^2 \tag{8}$$

В области $-\infty < x < 0$ имеет место уравнение

$$\frac{d^2p}{dx^2} - \frac{1}{L_p^2}(p - p_N) = 0 \tag{9}$$

вытекающее из уравнения (8) при $a = 0$, так как равновесные концентрации в этой области постоянные.

2. Граничные условия и решение уравнений (8) и (9)

Исходя из предположения, что к распределению миноритных носителей заряда в приложенном поле можно применить статистику Больцманна, мы можем граничные условия записать следующим образом

$$x \to -\infty, \qquad p_1 = p_N \tag{10,1}$$

$$x = 0, \qquad p_1 = p_2, \qquad \frac{dp_1}{dx} = \frac{dp_2}{dx} \tag{10,2}$$

$$x = \varepsilon, \qquad p_2 = p_N e^{a\varepsilon} \cdot e^{\frac{eU'}{kT}} \tag{10,3}$$

где U' — приложенное напряжение, приходящееся на область $x > \varepsilon$. Для бесконечно малого значения ε мы получаем:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} p_2 = p_N e^{\frac{eU}{kT}}$$

где U — напряжение, приходящееся на весь переход p—n т. е. практически все приложенное напряжение.

² В сущности это уравнение охватывает только второй член выражения (7). Однако, принимая во внимание то обстоятельство, что концентрация майоритных носителей заряда изменяется весьма мало и при значительном приложенном поле, можно считать что и при возрастании концентрации дырок в приложенном поле до значения $\sim n$ было бы

$$\frac{z}{n}\frac{dp}{dx} \approx a\frac{u_p}{u_n} \approx a$$

почему и можно считать указанное приближение обоснованным.

Решениями уравнений (8) и (9), удовлетворяющими граничным условиям (10), будут

$$p_1 = p_N\left[1 + \frac{(\alpha - \beta)\, e^{\alpha\varepsilon}\left(e^{\frac{eU'}{kT}} - 1\right) + a\,(e^{\alpha\varepsilon} - e^{\beta\varepsilon})}{(\alpha - \alpha_0)\, e^{\beta\varepsilon} - (\beta - \alpha_0)\, e^{\alpha\varepsilon}}\, e^{\alpha_0 x}\right] \tag{11}$$

$$p_2 = p_N\left[e^{ax} - \frac{(\beta - \alpha_0)\, e^{\alpha\varepsilon}\left(e^{\frac{eU'}{kT}} - 1\right) + a\, e^{\beta\varepsilon}}{(\alpha - \alpha_0)\, e^{\beta\varepsilon} - (\beta - \alpha_0)\, e^{\alpha\varepsilon}}\, e^{\alpha x} + \right.$$
$$\left. + \frac{(\alpha - \alpha_0)\, e^{\alpha\varepsilon}\left(e^{\frac{eU'}{kT}} - 1\right) + a\, e^{\alpha\varepsilon}}{(\alpha - \alpha_0)\, e^{\beta\varepsilon} - (\beta - \alpha_0)\, e^{\alpha\varepsilon}}\, e^{\beta x}\right] \tag{12}$$

где

$$\alpha_0 = \frac{1}{L_p}, \qquad \alpha = \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{L_p^2}}$$

$$\beta = \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{L_p^2}}$$

Подобные выражения (вплоть до знака) мы бы получили и для концентрации электронов в области P.

3. ВА-характеристика

Доля общего тока, проходящего через переход p—n, вносимая областью N на основании (2,3) и (2,4) будет

$$i_N = i_{nN} + i_{pN} = \sigma E + kT\left(u_n\frac{dn}{dx} - u_p\frac{dp}{dx}\right) \tag{13}$$

Следовательно, суммарный ток из области N (аналогично и из области P) имеет с формальной точки зрения три составляющие: омическую, диффузную майоритную и диффузную миноритную. При выводе ВА-характеристики (1) учитывается только последняя часть. Омическая не принимается во внимание, потому что полагается $E \to 0$, но для пренебрежения диффузной майоритной составляющей фактически не имеется довода, так как наоборот, $\frac{dn}{dx}$ имеет значительную величину. Для поведения p—n перехода явно более характерна область $0 < x < \varepsilon$ чем однородная область $-\infty < x < 0$, поэтому мы определим общее значение тока при помощи его значения в точке $x = \varepsilon$. Однако, для того, чтобы в соответсвующей характеристике фигурировало все приложенное напряжение, т. е. известное напряжение, мы будем величину, высчитанную указанным способом, стремить к точке $x \to 0$.[3]

В результате описанного мы после простых операций получаем для области N

$$i_N(0) = \lim_{\varepsilon \to 0} i_N(\varepsilon) = \frac{u_p kT p_N}{L_{pN}} \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right)\left[1 - aL_{pN}\left(1 + \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right) - \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right] \quad (13,1)$$

и аналогично для области P

$$i_P(0) = \lim_{\varepsilon \to 0} i_P(\varepsilon) = \frac{u_n kT n_P}{L_{nP}} \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right)\left[1 - bL_{nP}\left(1 + \frac{L_{pP}^2}{L_{nP}^2}\right) - \frac{L_{pP}^2}{L_{nP}^2}\right] \quad (13,2)$$

По предположению при переходе через барьер рекомбинация носителей заряда не имеет места, поэтому суммарный протекающий через переход p—n ток будет дан суммой (13,1) и (13,2). ВА-характеристика имеет, следовательно, вид

$$i = kT\left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right)\left\{\left[1 - aL_{pN}\left(1 + \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right) - \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right]\frac{u_p p_N}{L_{pN}} + \right.$$
$$\left. + \left[1 - bL_{nP}\left(1 + \frac{L_{pP}^2}{L_{pP}^2}\right) - \frac{L_{pP}^2}{L_{nP}^2}\right]\frac{u_n n_P}{L_{nP}}\right\} \quad (14)$$

Эта ВА-характеристика отличается от идеальной ВА-характеристики (1) двумя добавочными членами в каждой скобке — из них первый характеризует влияние омического, а второй влияние диффузного тока майоритных носителей заряда. Почти вся величина диффузного тока майоритных носителей заряда, т. е. второй член в уравнении (13), взаимно уничтожается с омической частью тока майоритных носителей заряда; это значит, что практически все внешнее электрическое поле компенсируется электрическим полем, возникающим от диффузии майоритных носителей заряда. Так как в этом случае мы имеем дело с однополярной диффузией, достаточно и незначительного уклонения концентрации майоритных носителей заряда от ее равновесного значения, чтобы могло компенсироваться и внешнее электрическое поле значительной величины.

Диффузия дырок, характеризуемая расстоянием диффузии L_{pN} в области N, равно как и диффузия электронов в области P, не имеют полярного характера, потому что они имеют место в областях с большой концентрацией свободных зарядов обратного знака, которые быстро компенсируют

[3] Между первоначальным выводом ВА-характеристики, данным Шокли, и нашим имеется с математической точки зрения та разница, что в первом случае ток в точке $x = 0$ определяется как предел слева (т. е. на основании характеристик однородной области), в то время как во втором случае — как предел справа (т. е. на основании характеристик соседней неоднородной области самого перехода).

возникающий пространственный заряд. Поэтому ясно, что поскольку $n > p$ в точке A и $p > n$ в точке B, всегда будет

$$\frac{L_{nN}}{L_{pN}} \ll 1, \quad \frac{L_{pP}}{L_{nP}} \ll 1 \quad (15)$$

Если для ориентации взять $L_{pN} \approx L_{nP} \approx L \approx 0{,}01$ cm, то выходит $1/L \approx 100$, поэтому в рассматриваемой элементарной области будет наверное выполняться условие

$$aL < 1$$

Итак, в общем случае эти два добавочных члена играют роль поправочных факторов и если ими полностью пренебречь, то из (14) мы получим идеальную ВА-характеристику перехода (1).

При более высоких напряжениях в направлении пропускания неравенство (15) уже не обязательно справедливо. Ведь напр. в германии при $n_{0N} \approx 10^{17}$ cm^{-3}, $p_{0N} = \frac{n_i^2}{n_{0N}} \approx 10^{10}$ cm^{-3} уже при напряжении $U \approx 0{,}3$ V будет

$$p(0) = p_{0N}\, e^{\frac{eU}{kT}} \approx (10^{16} - 10^{17}) \text{ cm}^{-3}$$

в то время как концентрация электронов изменится лишь на часть порядка величины. При таком положении вещей по обеим сторонам барьера уже фактически происходит диффузия, характерная для полупроводника, близкого к собственному. Расстояния диффузии как миноритных, так майоритных носителей, становятся сравнимыми по величине. Соответствующие поправочные члены поэтому растут с возрастающим напряжением, вследствие чего общий ток в направлении пропускания возрастает медленнее, чем это вытекает из идеальной ВА-характеристики (1). Такой именно эффект и подтверждается измерением.

Из выражения (14) следует, что даже при равенстве двух составных частей тока в направлении запирания согласно (1) в действительности носители заряда не участвуют в одинаковой мере в переносе тока, так как ясно, что эти два поправочных фактора не возрастают с приложенным напряжением одинаково быстро. Так напр. в теоретически мыслимом случае $\tau_n = \tau_p$ мы получим

$$\frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2} \approx \frac{u_n}{u_p} < 1$$

$$\frac{L_{pP}^2}{L_{nP}^2} \approx \frac{u_p}{u_n} > 1$$

В направлении запирания оба поправочных фактора далее уменьшаются, так как области майоритных носителей в $x = 0$ содержат далее все меньше миноритных носителей. Поэтому ток в направлении запирания растет с возрастающим напряжением. Кажется, однако, что возрастание, вызванное этим фактором, имеет лишь второстепенное значение и что для объяснения действительной величины уклонения от идеальной ВА-характеристики нужно учесть приведенные выше эффекты.

Заключение

В работе выводится ВА-характеристика перехода $p—n$ в предложении простого экспоненциального закона изменения равновесной концентрации электронов и дырок в узкой области по краям перехода. Притом учитывается и омическая составляющая тока, а также составляющая, образованная диффузионным током майоритных носителей заряда. Обращается внимание на то, что ВА-характеристика (14) может содействовать объяснению уклонений измеренных величин от величин, вытекающих из идеальной ВА-характеристики. Ввиду того, что в литературе не имеется данных относительно измеренных значений параметров, фигурирующих в соотношении (14), пришлось ограничиться лишь качественным объяснением.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Shockley W., Bell System Techn. 28 (1949), 435.
[2] Tauc J., Čs. Čas. Fyz. 4 (1954), 158.
[3] *Полупроводники в науке и технике II*, ИАН СССР, Москва—Ленинград 1957.
[4] Kleinknecht H., Seiler K., Zeitschrift für Physik, 139 (1954).
[5] Толпыго К. Б., Рашба Е. У., ЖТФ 26 (1956).
[6] Косенко Б. Е., ЖТФ 27 (1957), 452.
[7] Husa V., Cihelka J., Elektrotechn. obz. 48 (1959), 379.
[8] Волькенштейн Ф. Ф., *Электропроводность полупроводников*, Москва 1947.
[9] Губанов А. И., *Теория выпрямляющего действия полупроводников*, ГИТТЛ, Москва 1956.
[10] Davydov V., Techn. Phys. 9 (1936), 477.
[11] Krempaský J., Čs. Čas. Fyz. 9 (1959), 487.

Поступило в редакцию 26. 1. 1960.

Katedra fyziky Slovenskej vysokej školy technickej v Bratislave

ON THE DERIVATION OF VA-CHARACTERISTIC OF $p—n$ JUNCTION

JÚLIUS KREMPASKÝ

Summary

The VA-characteristic of $p-n$ junction with respect to electric field intensity was derived. This characteristic can partly explain the deviation of measured values from the ideal VA-characteristic.