

MERANIE TLAKOV ODPOROVÝMI MANOMETRAMI

ŠTEFAN VEIS, Bratislava

V práci sa poukazuje na možnosť použitia voltmetra s veľmi veľkým vnútorným odporom na meranie tlakov pomocou odporových (Piraniho) manometrov vo Wheatstonovom mostíku. Týmto sa dosiahne podstatné zjednodušenie výrazu pre potenciálny rozdiel E_{12} . Súčasne sa poukazuje na možnosť zvýšenia citlivosti Piraniho manometra vhodnejšou voľbou pomeru odporov vo Wheatstonovom mostíku.

1. Úvod

Na meranie tlakov od 1 mm Hg až do 10^{-3} mm Hg sa používajú Piraniho odporové manometry [1, 2, 3], využívajúce zmenu tepelnej vodivosti plynu s tlakom. Piraniho manometer tvorí tenký kovový drôtik alebo polovodič, ktorý je vo vakuu elektricky vyhrievaný. Teplota takehoto elementu a tak aj jeho odpor sa mení s tlakom v dôsledku zmeny tepelnej vodivosti plynu. Zmenu odporu možno merať Wheatstonovým mostíkom, ktorý je na obr. 1. Jeho ramená tvoria Piraniho element R_2 , regulačný odpor R_4 a dva rovnako veľké konštantné odpory R_1 a R_3 . Mostík je napájaný zo zdroja o napätí E , ktorého vnútorný odpor je R_1 . Mostík možno vyvážiť pri atmosférickom tlaku, alebo veľmi vysokom vakuu, vtedy citlivým galvanometrom neprechádza prúd. Pri zmene tlaku zmení sa odpor Piraniho elementu, rovnováha mostíka sa poruší a prúd I_m , ktorý indikuje prístroj M , je mierou tlaku. Tento prúd, ak vnútorný odpor prístroja je R_m , možno vyjadriť nasledujúcim vzťahom [4]

$$I_m = E \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 R_m (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + R_2 (R_3 + R_4) + R_3 (R_1 + R_4) + R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4} \quad (1)$$

Pretože sa v praxi vyžaduje čo najväčšia citlivosť Piraniho manometra, volí sa obvyčajne galvanometer s malým vnútorným odporom R_m a tak jednoduhé členy v menovateľi výrazu (1) sú približne rovnako veľké a nemožno ani jeden z nich zanedbať. Z tohto dôvodu je závislosť prúdu I_m od odporu Piraniho elementu (napr. R_2) dosť složitá.

Predmetom predkladanej práce je pokus zjednodušiť vhodnou voľbou

odporov vo Wheatstonovom mostíku výraz (1) a tak získať jednoduchší vzťah medzi tlakom p a veľkosťou, pomocou ktorej merame tlak.

2. Všeobecná časť

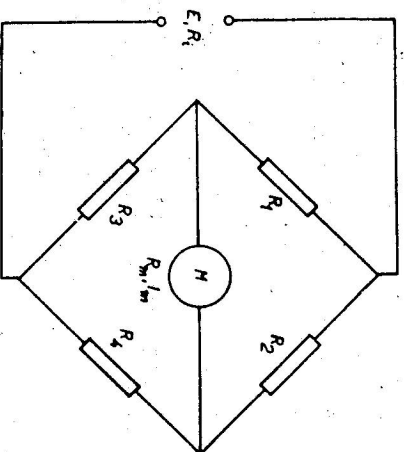
Výraz (1) pre prúd I_m , ktorý je mierou tlaku, možno zjednodušiť, a to vhodnou voľbou zdroja, ktorý volíme tak, aby jeho vnútorný odpor R_1 bol zanedbateľne malý v porovnaní s celkovým odporom Wheatstonovho mostíka. Túto požiadavku možno splniť použitím akumulátorovej batérie, ktorá má veľmi malý vnútorný odpor, alebo stabilizáciou použitého napätia. Ak je R_1 malé v porovnaní s celkovým odporom mostíka, prejde rovnica (1) do tvaru

$$I_m = E \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_m (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4} \quad (2)$$

Miesto prúdu I_m možno však merať potenciálny rozdiel E_{12} , pre ktorý z rovnice (2) plynie

$$E_{12} = I_m R_m = E \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_4) + \frac{1}{R_m} (R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4)} \quad (3)$$

Ak by sme na meranie E_{12} použili voltmeter s veľkým odporom ako napríklad elektrónkový voltmeter, ktorého vnútorný odpor je 50 — 100 MΩ,



Obr. 1. Mostíkové zapojenie odporového manometra.

alebo tiež deprezský ručičkový voltmeter, ktoré sa v súčasnej dobe vyrábajú s veľmi veľkým vnútorným odporom až 1 MΩ/V [5], dosiahli by sme ďalšie zjednodušenie výrazu (1)

$$E_{12} = E \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_2 + R_4} \right) \quad (4)$$

V prípade použitia Piraninho elementu vo tvare tenkého kovového drôťka, ktorého odpor je do 50Ω , je úplne postačujúce použiť deprezský voltmeter s vnútorným odporom $5000 \Omega/V$.

Ako vidieť z rovnice (4), prináša použitie voltmetra s veľmi veľkým vnútorným odporom podstatné zjednodušenie vzťahu (1) a jednoduchú závislosť potenciálneho rozdielu E_{12} , ktorý je mierou tlaku, od odporu Piraninho elementu.

V ďalšom vyšetrimo bližšie niektoré prípady zapojenia, jedného alebo viacerých Piraninho odporových elementov vo Wheatstonovom mostíku.

3. Jeden Piraninho element s kovovým drôťkom vo Wheatstonovom mostíku

V tomto prípade vo Wheatstonovom mostíku je R_4 regulačný odpor, pomocou ktorého mostík vyvažujeme, R_2 Piraninho element s kovovým drôťkom, R_3 a R_1 sú konštantné odpory. Kovový drôťok Piraninho elementu mení svoj odpor v dôsledku zmeny teplej vodivosti plynu s tlakom podľa vzťahu

$$R_2 = R_2^0(1 + \alpha_2 \Delta T_2), \quad (5)$$

kde R_2^0 je odpor kovového drôťka Piraninho elementu pri atmosferickom tlaku, α_2 teplotný odporový koeficient a ΔT_2 rozdiel teplôt odporodajúci rozdielu atmosferického tlaku a tlaku p vo vakuovom systéme. Tento vzťah vyjadruje zmenu odporu Piraninho elementu v prípade vyváženia mostíka pri atmosferickom tlaku. V prípade vyváženia mostíka za vysokého vakuu bolo by možno vyjadriť odpor Piraninho elementu analogickým výrazom len s tým rozdielom, že odpor R_2 by s rastúcim tlakom klesal. Po dosadení za R_2 do rovnice (4) dostaneme pre E_{12} výraz

$$E_{12} = E \left[\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_4 + R_2^0(1 + \alpha_2 \Delta T_2)} \right]. \quad (6)$$

Obyčajne pri vyvážení mostíka za atmosferického tlaku sa volí $R_1 = R_3$ a $R_2^0 = R_4$ a vtedy prejde výraz pre E_{12} do obzvlášť jednoduchého tvaru

$$E_{12} = \frac{E}{2} \frac{\alpha_2 \Delta T_2}{2 + \alpha_2 \Delta T_2}. \quad (7)$$

Výhodnejšie však je voliť $R_1 \neq R_3$ a $R_2^0 \neq R_4$. Označme pomer

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2^0}{R_4} = k \quad (8)$$

a po dosadení do rovnice (6) dostaneme

$$E_{12}^k = E \left[\frac{1}{1+k} - \frac{1}{1+k(1 + \alpha_2 \Delta T_2)} \right]. \quad (9)$$

Z tohto vzťahu vidieť, že maximálna hodnota E_{12}^k pre dané E závisí od pomery odporov k . Maximálne E_{12}^k dosiahneme pri pomere

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_2 \Delta T_2}}. \quad (10)$$

Pre tento pomer prejde výraz (9) do

$$E_{12}^k = \frac{1 + \alpha_2 \Delta T_2 - 1}{\sqrt{1 + \alpha_2 \Delta T_2} + 1}. \quad (11)$$

Tento prípad sa však nedá realizovať, pretože pri zmene tlaku by sa musel zmeniť aj pomer odporov k , čo je prakticky neuskutočniteľné.

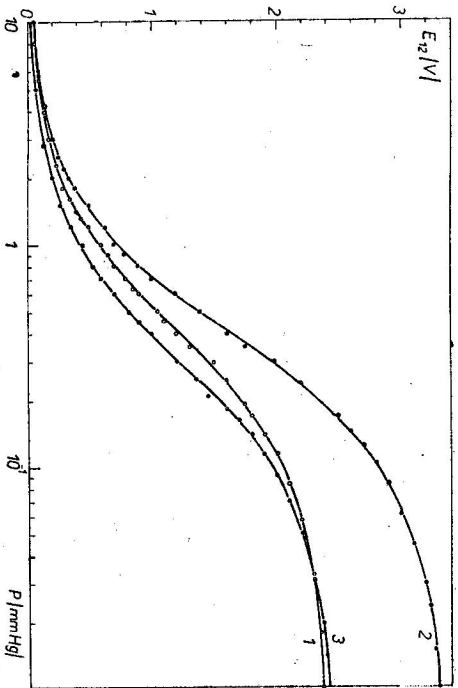
Z porovnania rovníc (7) a (9) vyplýva, že $E_{12}^k \geq E_{12}$ pre rovnaké $\alpha_2 \Delta T_2$, čiže pre rovnaký tlak. To však znamená, že vhodnou voľbou pomery odporov k možno dosiahnuť väčšiu citlivosť Piraninho manometra. Tento pomer je určený rovnicou (10) a je menší ako 1. Obyčajne u Piraninho odporových manometrov, ktoré merajú tlaky v intervale $1-10^{-3}$ mm Hg, nepresahuje rozdiel teplôt $\Delta T_2 = 200$ °K, pretože so zväčšovaním teplotného rozdielu posúva sa kalibračná krivka smerom k vyšším tlakom. Na základe toho najvhodnejšia hodnota pomery odporov k leží v intervale $1 > k > 0,75$. Ak však chceme merať tlaky v intervale $10-10^{-2}$ mm Hg, možno k voliť ešte nižšie.

Ako vyplýva z rovnice (9), mohli by sme kalibračnú krivku Piraninho manometra pre ľubovoľný pomer odporov k vypočítať, ak by sme mali k dispozícii experimentálne určenú kalibračnú krivku pre $k = 1$. Za tým účelom treba však urobiť v rovnici (9) určitú korekciu, pretože táto rovnica ostáva v platnosti len v tom prípade, keď elektrický prúd pretekajúci odpormi R_2^0 a R_4 pri zmene ich pomery z 1 na ľubovoľnú hodnotu k ostane konštantný. Pri zachovaní platnosti rovnice (9) by to bolo možné urobiť jedine tak, že by sa zmenšil odpor R_2^0 a súčasne zväčšil R_4 , pričom by sa nesmel zmeniť ich súčet. Toto naráža na ťažkosť, pretože ak elektrický prúd má ostať konštantný aj pri $k < 1$, nemožno zmenšovať odpor R_2^0 ináč iba ak skrácovaním kovového drôťka Piraninho elementu, čo je prakticky nemožné. Z tohto dôvodu zmenu odporov k možno dosiahnuť len zväčšovaním odporu R_4 , čím sa však zväčší celkový odpor, poklesne elektrický prúd a tým sa tiež naruší platnosť rovnice (9). Ak má ostať v platnosti, treba zvýšiť napätie E na takú hodnotu, aby elektrický prúd pretekajúci Piraninho elementom bol taký ako v prípade, keď $k = 1$. Odpovedajúce napätie je $\frac{1+k}{2k} E$ a tak rovnica (9) po zavedení tejto opravy prejde do tvaru

$$E_{12}^k = E \frac{1+k}{2k} \left[\frac{1}{1+k} - \frac{1}{1+k(1 + \alpha_2 \Delta T_2)} \right]. \quad (12)$$

Ak dosadíme do tejto rovnice $k = 1$, dostaneme opäť rovnicu (7), čo len potvrdzuje správnosť zavedenej opravy.

Na obr. 2 sú uvedené kalibračné krivky Piranilo manometra s jedným kovovým drôtičkom vo Wheatstonovom mostíku. Krivka 1 je kalibračná krivka pre $k = 1$ a napätie 12 V. Odpor Piranilo elementu pri atmosferickom tlaku bol 114,3 Ω . Krivka 2 je kalibračná krivka pre $k = 0,6$ a napätie 16 V, pri čom $R_2 =$



Obr. 2. Kalibračné krivky odporového manometra s jedným kovovým drôtičkom: 1 - kalibračná krivka pre $k = 1$ a $E = 12$ V, 2 - kalibračná krivka pre $k = 0,6$ a $E = 16$ V pri rovnakom vyhrievacom prúde ako pri $k = 1$, 3 - kalibračná krivka pre $k = 0,6$ a $E = 12$ V, t. j. pri nižšom vyhrievacom prúde ako pri $k = 1$.

Tabuľka 1

Tlak p (mm Hg)	E_{12} V	$\alpha_2 \Delta T_2$	E_{12} V	
			teoret.	exp.
6	0,10	0,034	0,12	0,10
4	0,14	0,048	0,17	0,15
2	0,27	0,094	0,34	0,34
1	0,58	0,214	0,74	0,72
9. 10 ⁻¹	0,63	0,235	0,81	0,80
8. 10 ⁻¹	0,70	0,264	0,89	0,88
7. 10 ⁻¹	0,80	0,308	1,04	1,02
6. 10 ⁻¹	0,90	0,353	1,18	1,18
5. 10 ⁻¹	1,03	0,414	1,35	1,38
4. 10 ⁻¹	1,20	0,500	1,58	1,60
3. 10 ⁻¹	1,45	0,637	1,94	1,97
2. 10 ⁻¹	1,72	0,804	2,32	2,35
1. 10 ⁻¹	2,05	1,038	2,80	2,82
8. 10 ⁻²	2,10	1,077	2,88	2,92
6. 10 ⁻²	2,18	1,141	2,99	3,02
4. 10 ⁻²	2,27	1,217	3,13	3,12
2. 10 ⁻²	2,35	1,288	3,26	3,25
1. 10 ⁻²	2,37	1,306	3,30	3,30

$= 114,3 \Omega$ a $R_4 = 190,5 \Omega$. Krivka 3 je kalibračná krivka pre $k = 0,6$ a napätie 12 V, ale $R_2 = 103,5 \Omega$ a $R_4 = 172,4 \Omega$. Ako vidieť z obr. 2, kalibračná krivka 2 leží nad kalibračnou krivkou 1, čo svedčí o tom, že vhodnou voľbou pomeru odporov R_2 a R_4 sa dá dosiahnuť vyššia citlivosť Piranilo manometra, pri nezmenení vyhrievacieho prúdu pretekajúceho Piranilo elementom. Dokonca aj kalibračná krivka 3 Piranilo manometra pre $k = 0,6$ pri menšom vyhrievacom prúde javí sa výhodnejšou, pretože pri zmene pomeru odporov k z 1 na 0,6 pri tom istom napätí sa síce citlivosť manometra prakticky nezmení, ale kalibračná krivka sa posunie smerom k nižšiemu tlaku a v intervale nižších tlakov má strmší priebeh, čo je najmä z hľadiska merania nižších tlakov výhodnejšie.

Kalibračnú krivku 2 možno vypočítať na základe rovnice (12), ak poznáme kalibračnú krivku 1. Pre porovnanie sú v tabuľke 1 uvedené teoretické a experimentálne hodnoty bodov kalibračnej krivky 2 pre rôzne tlaky. Hodnoty $\alpha_2 \Delta T_2$ sme vypočítali z rovnice (7) pre príslušné hodnoty E_{12} . Ako vidieť z tabuľky, súlad medzi teoretickými a experimentálnymi hodnotami bodov kalibračnej krivky 2 je veľmi dobrý.

4. Dva Piranilo elementy s kovovými drôtičkmi v proti sebe ležiacich ramenách Wheatstonovho mostíka

Veľmi často sa za účelom zväčšenia citlivosti Piranilo manometra používajú dva kovové drôtičky, ktoré sú umiestnené vo vákuovom systéme. Tieto drôtičky tvoria dve proti sebe ležiace ramená Wheatstonovho mostíka. V našom prípade sú to odpory R_2 a R_3 . S klesajúcim tlakom odpor R_2 sa mení podľa vzťahu (5) a odpor R_3 podľa analogického vzťahu

$$R_3 = R_3^0(1 + \alpha_3 \Delta T_3), \quad (13)$$

kde R_3^0 je hodnota odporu R_3 pri atmosferickom tlaku, α_3 teplotný odporový koeficient a ΔT_3 rozdiel teplôt odpovedajúci rozdielu atmosferického tlaku a tlaku p vo vákuovom systéme.

Ak dosadíme z rovníc (5) a (13) za R_2 a R_3 do rovnice (4), dostaneme pre E_{12} v prípade dvoch Piranilo elementov vzťah

$$E_{12} = E \left[\frac{R_3^0(1 + \alpha_3 \Delta T_3)}{R_1 + R_3^0(1 + \alpha_3 \Delta T_3)} - \frac{R_4}{R_2 + R_3^0(1 + \alpha_3 \Delta T_3)} \right]. \quad (14)$$

V prípade, že mostík je v rovnováhe pri atmosferickom tlaku, musí platiť vzťah

$$\frac{R_1}{R_3^0} = \frac{R_2^0}{R_4} = k. \quad (15)$$

Po dosadení za pomer odporov z rovnice (15) a po jednoduchšej úprave prejde rovnica (14) do tvaru

$$E_{12}^k = E \left[\frac{1}{1 + k(1 + \alpha_2 \Delta T_2)^{-1}} - \frac{1}{1 + k(1 + \alpha_2 \Delta T_1)^{-1}} \right] \quad (16)$$

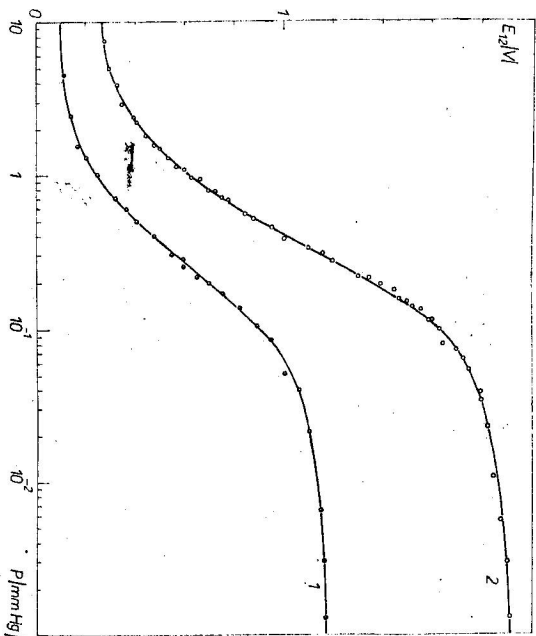
Piranho manometer s dvoma kovovými drôčikmi má maximálnu citlivosť pre pomer odporov daný vzťahom

$$k = \sqrt{\frac{1 + \alpha_2 \Delta T_1}{1 + \alpha_2 \Delta T_2}} \quad (17)$$

Z výrazu (17) plynie, že pomer odporov $k \approx 1$. V prípade že obidva Piranho elementy sú rovnaké, t. j. $\alpha_2 = \alpha_1$, $\Delta T_2 = \Delta T_1$ a $k = 1$, prejde rovnica (16) do obzvlášť jednoduchého tvaru

$$E_{12}^k = E \frac{\alpha_2 \Delta T_2}{2 + \alpha_2 \Delta T_2} \quad (18)$$

Pre porovnanie sú na obr. 3 uvedené kalibračné krivky Piranho manometrov s jedným a dvoma kovovými drôčikmi. Krivka 1 pre jeden Piranho



Obr. 3. Kalibračné krivky odporového manometra: 1 — kalibračná krivka odporového manometra s jedným kovovým drôčikom, 2 — kalibračná krivka odporového manometra s dvoma kovovými drôčikmi.

element pri $E = 4 \text{ V}$ a $k = 1$ a krivka 2 pre dva Piranho elementy pri tých istých hodnotách E a k . Z obrázku vidieť, že nie je splnený vzťah (18), čo sa dalo očakávať, pretože dosiahnúť rovnosť teplotných rozdielov pre obidva Piranho elementy je veľmi ťažké.

5. Jeden Piranho polovodičový element vo Wheatstonovom mostíku

V poslednom čase zásadnou prúdkého rozvoja polovodičovej techniky začínajú sa používať na meranie tlakov polovodiče [6, 7, 8]. Polovodiče majú teplotný odporový koeficient záporný a asi 5-krát väčší než volfrám (napríklad u bežných termistorov je teplotný odporový koeficient asi $4 \cdot 10^{-2} (\text{°C})^{-1}$). Z tohto hľadiska má použitie polovodičov na meranie tlakov veľký význam a určiť prednosť.

Pretože polovodičový element má asi 5-krát väčší teplotný odporový koeficient, bude mať správna voľba pomeru odporov k vo Wheatstonovom mostíku ešte väčší význam ako u Piranho manometrov s kovovým drôčikom. Vyšetrime preto vplyv pomeru k na citlivosť polovodičového odporového manometra.

Nech odpor R_1 vo Wheatstonovom mostíku je polovodič, ktorého odpor s klesajúcim tlakom bude klesať. Zmenu odporu polovodiča R_1 s tlakom možno vyjadriť vzťahom

$$R_1 = R_1^0 e^{\frac{R_1}{T_1} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}, \quad (19)$$

kde R_1^0 je odpor a T_1^0 teplota polovodiča pri atmosferickom tlaku, T_1 teplota polovodiča pri tlaku p a B_1 konštantna, ktorá vyjadruje závislosť odporu polovodiča od teploty a závisí od použitého materiálu a jeho tepelného spracovania. Na meranie tlakov sa najlepšie hodí polovodič s čo najväčšou hodnotou konštanty B_1 , ktorú možno určiť na základe vzťahu

$$B_1 = -\alpha T_1^2. \quad (20)$$

Ak za R_1 , dané rovnicou (19), dosadíme do rovnice (4), dostaneme

$$E_{12}^k = E \left[\frac{R_3}{R_3 + R_1^0 e^{\frac{R_1}{T_1} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}} - \frac{R_4}{R_2 + R_4} \right] \quad (21)$$

Podmienkou rovnováhy mostíka pri atmosferickom tlaku je

$$k = \frac{R_1^0}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}, \quad (22)$$

čo po dosadení do rovnice (21) vedie k nasledujúcej výrazu pre E_{12}^k

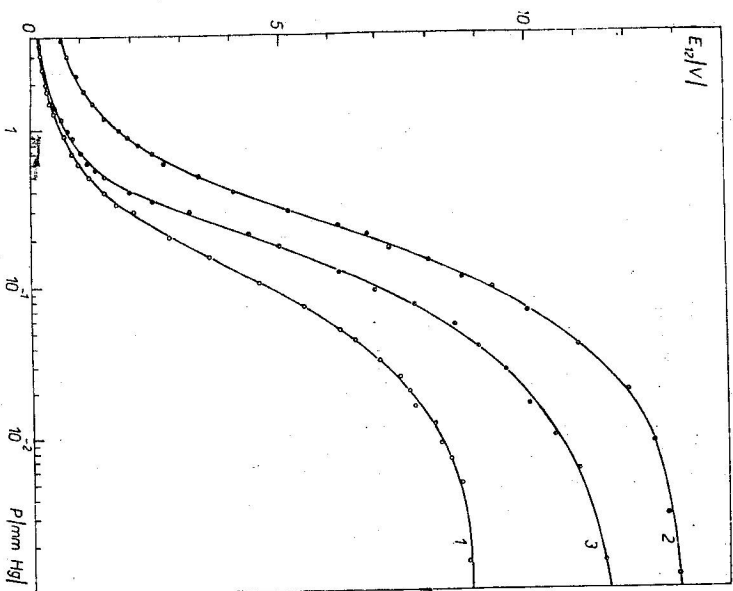
$$E_{12}^k = E \frac{k}{1+k} \frac{1 - e^{\frac{R_1}{T_1} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}}{1 + k e^{\frac{R_1}{T_1} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}} \quad (23)$$

Z tejto rovnice bezprostredne vyplýva, že k sa nemôže rovnať 1, ak sa majú dosiahnuť najoptimálnejšie podmienky činnosti Piranho manometra s polo-

vodíkom. Z podmienky maximálnej citlivosti manometra a z rovnice (23) plynie pre pomer odporov k nasledujúci výraz

$$k = \sqrt{e^{-B_1} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)} \quad (24)$$

Z tohto vzťahu ihneď vidieť, že pomer $k > 1$ a môže nadobudnúť pre rozdiel teplôt ($T_1 - T_1^0$), ktorý prichádza do úvahy u polovodičových manometrov, dosť veľké hodnoty. Ak porovnáme vplyv vhodnej voľby pomeru k u polo-



Obr. 4. Kalibračné krivky polovodičového odporového manometra: 1 - kalibračná krivka pre $k = 1$ a $E = 23,2$ V, 2 - kalibračná krivka pre $k = 2,04$ a $E = 23,2$ V, 3 - kalibračná krivka pre $k = 2,04$ a $E = 20,75$ V.

vodivového manometra s obvyčajným kovovým Piranilo manometrom, musí byť tento mnoho výraznejší práve v dôsledku väčšieho teplotného odporového koeficienta polovodičov.

Výraz (23) pre E_{12}^k v prípade $k = 1$ prejde do jednoduchého tvaru

$$E_{12}^1 = \frac{E}{2} \cdot \frac{1 - e^{-B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}}{1 + e^{-B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}} \quad (25)$$

Porovnaním rovníc (23) a (25), ak uvažíme, že pre polovodičový Piranilo manometer je $k > 1$, vyplýva, že

$$E_{12}^k \geq E_{12}^1$$

pre ľubovoľný tlak p .

Experimentálne výsledky sú na obr. 4. Krivka 1 je kalibračná krivka Piranilo manometra s polovodičom pri napätí 23,2 V a $k = 1$, krivka 2 kalibračná krivka toho istého manometra, ale pri $k = 2,04$. Zväčšenie pomeru odporov k sa dosiahlo zmenšením odporu R_3 , v dôsledku čoho vzrástol vyhrievací prúd polovodičového elementu. Aby sme získali správny obraz o vplyve pomeru odporov k na citlivosť polovodičového manometra, treba porovnať kalibračné krivky pri rôznom pomere odporov k , ale pri tom istom vyhrievacom prúde, ktorý preteká cez polovodičový element. Krivka 3 je kalibračná krivka pre ten istý polovodičový manometer pri $k = 2,04$, ale pri tom istom vyhrievacom prúde (0,19 mA) ako krivka 1, čo sa dosiahlo znížením napätia na 20,75 V. Z obrázku vyplýva, že aj v tomto prípade je citlivosť polovodičového manometra väčšia a že voľbe vhodného pomeru odporov, najmä u Piranilo manometrov s polovodičom, treba venovať väčšiu pozornosť.

6. Dva Piranilo polovodičové elementy v proti sebe ležiacich ramenách Wheatstonovho mostíka

Citlivosť Piranilo manometra s polovodičom možno ešte zvýšiť tým, že sa použijú dva polovodičové elementy, ktoré tvoria dve proti sebe ležiace ramená Wheatstonovho mostíka. Označíme ich odpory R_1 a R_4 . Tieto odpory sa budú s klesajúcim tlakom vo vákuovom systéme znižovať, a to R_1 podľa vzťahu (19) a R_4 podľa analogického vzťahu

$$R_4 = R_4^0 e^{-B_4 \left(\frac{1}{T_4} - \frac{1}{T_4^0} \right)} \quad (26)$$

Ak dosadíme za R_1 a R_4 z rovníc (19) a (26) do rovnice (4), dostaneme pre E_{12} nasledujúci výraz

$$E_{12} = E \left[\frac{R_3}{R_3 + R_1^0 e^{-B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}} \frac{R_4^0}{R_4^0 + R_2} e^{-B_4 \left(\frac{1}{T_4} - \frac{1}{T_4^0} \right)} \right] \quad (27)$$

Požiadavka rovnováhy pri atmosférickom tlaku vedie pre pomer odporov vo Wheatstonovom mostíku k vzťahu

$$k = \frac{R_1^0}{R_3} = \frac{R_2}{R_4^0} \quad (28)$$

Po zavedení tohto pomeru prejde rovnica (27) do konečného tvaru

$$E_{12}^k = E \left[\frac{1}{1 + k e^{-B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}} \frac{1}{1 + k e^{-B_4 \left(\frac{1}{T_4} - \frac{1}{T_4^0} \right)}} \right] \quad (29)$$

Maximálna citlivosť Piraninho manometra s dvoma polovodičovými elementami sa dosiahne vtedy, ak volíme k vo tvare

$$k = \sqrt[2]{\frac{-B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right) e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}}{e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}}} \quad (30)$$

Tento pomer v prípade rovnakých polovodičových elementov by sa rovnal 1. Avšak nemožno prakticky vyrobiť dva polovodiče s rovnakými vlastnosťami, tak že $k \neq 1$. Nedopustíme sa však veľkej chyby, keď budeme voliť $k = 1$. Pre $k = 1$ prejde rovnica (29) do tvaru

$$E_{12} = E \frac{e^{-B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)} - e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}}{\left[1 + e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)} \right] \left[1 + e^{-B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)} \right]} \quad (31)$$

Posledný vzťah pre E_{12} v prípade dvoch približne rovnakých polovodičových elementov možno ešte zjednodušiť. V tomto prípade $B_2 \approx B_1$, $T_4 \approx T_1$ a $T_4^0 \approx T_1^0$, ďalej druhý člen v čitateli rovnice (31) možno v porovnaní s prvým zanedbať, pretože je omnoho menší. Napríklad, ak by $T_1^0 = 300$ °K a $T_1 = 360$ °K, teda rozdiel 60 °K, je druhý člen v čitateli asi 1/8, zatiaľ čo prvý je omnoho väčší ako 1. Ak uvážime tieto zjednodušenia, dostaneme pre E_{12} nasledujúci približný výraz

$$E_{12} = E \frac{E}{\left[1 + e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)} \right]^2} \quad (32)$$

Tento približný výraz však platí len pri nižších tlakoch. Pri vyšších tlakoch nemožno zanedbať druhý člen v čitateli rovnice (31).

7. Piraninho manometer s jedným polovodičom a jedným kovovým drôtkom v susedných ramenách Wheatstonovho mostíka

Veľmi výhodne možno kombinovať polovodičový element a kovový drôtk, ktoré tvoria dve susedné ramená Wheatstonovho mostíka. Takýto Piraninho manometer je veľmi vhodný. S klesajúcim tlakom odporu týchto dvoch elementov sa budú meniť, a to R_1 podľa vzťahu (19) a R_2 podľa vzťahu (5). Po dosadení za R_1 a R_2 z rovnice (19) a (5) do rovnice (4), dostaneme pre E_{12} výraz

$$E_{12} = E \left[\frac{R_3}{R_3 + R_1 e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}} \frac{R_4}{R_4 + R_2 (1 + \alpha_2 \Delta T_2)} \right] \quad (33)$$

Tento výraz možno prepísať zavedením pomeru odporov vo Wheatstonovom mostíku, ktorý plynie z požiadavky rovnovážneho stavu mostíka pri atmosférickom tlaku

$$k = \frac{R_1^0}{R_3} = \frac{R_2^0}{R_4} \quad (34)$$

Po dosadení dostaneme

$$E_{12} = Ek \frac{1 + \alpha_2 \Delta T_2 - e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}}{\left[1 + k \left(1 + \alpha_2 \Delta T_2 \right) \right] \left[1 + k e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)} \right]} \quad (35)$$

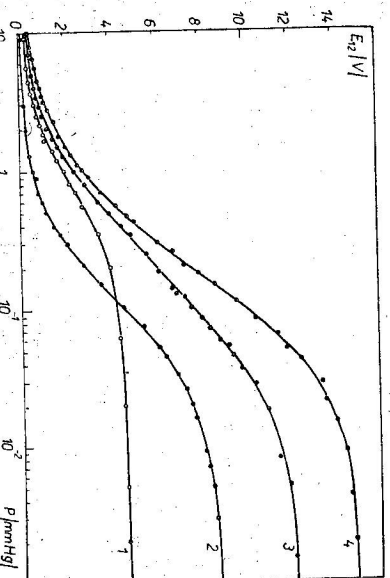
Z tejto rovnice vidieť, že takýto odporový manometer skladajúci sa z polovodiča a kovového drôtky musí mať väčšiu citlivosť ako odporový manometer s jedným polovodičom. Porovnaním rovnice (35) s rovnicou (23) vidíme, že v rovnici (35) je v čitateli navyše výraz $\alpha_2 \Delta T_2$, ktorý s klesajúcim tlakom vzrastá a tak čítateľ (35) je pre každý tlak väčší ako čítateľ (23). Hoci menovateľ rovnice (35) je pre každý tlak väčší ako menovateľ (23), predsa E_{12} plynie z rovnice (35) je väčšie pre každú hodnotu tlaku ako E_{12} vyjadrené rovnicou (23), pretože menovateľ rovnice (35) rastie síce, ale pomalšie ako čítateľ.

Najvhodnejší pomer odporov k plynie z podmienky maximálnej citlivosti Piraninho manometra a je rovný

$$k = \sqrt[2]{\frac{e^{-B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}}{1 + \alpha_2 \Delta T_2}} \quad (36)$$

Pre $k = 1$ prejde rovnica (35) do tvaru

$$E_{12} = E \frac{1 + \alpha_2 \Delta T_2 - e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)}}{\left(2 + \alpha_2 \Delta T_2 \right) \left[1 + e^{B_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1^0} \right)} \right]} \quad (37)$$



Obr. 5. Kalibračné krivky odporového manometra s jedným polovodičom a jedným kovovým drôtkom. 1 — kalibračná krivka odporového manometra s kovovým drôtkom pre $k = 1$ a $E = 21,5$ V, 2 — kalibračná krivka odporového manometra s polovodičom pre $k = 1$ a $E = 21,5$ V, 3 — kalibračná krivka odporového manometra s polovodičom a kovovým drôtkom pre $k = 1$ a $E = 21,5$ V, 4 — kalibračná krivka odporového manometra s polovodičom a kovovým drôtkom pre $k = 1,8$ a $E = 21,5$ V.

Pre porovnanie citlivosti takéhoto odporového manometra sú na obr. 5 uvedené niektoré kalibračné krivky: Krivka 1 je kalibračná krivka odporového manometra s jedným kovovým drôtičkom pri napätí 21,5 V, $k = 1$ a vyhrievacom prúde 79 mA. Krivka 2 je kalibračná krivka odporového manometra s jedným polovodičovým elementom pri napätí 21,5 V, $k = 1$ a vyhrievacom prúde 100 μ A. Krivka 3 je kalibračná krivka odporového manometra s polovodičovým elementom a kovovým drôtičkom pri napätí 21,5 V a $k = 1$. Posledná krivka 4 je kalibračná krivka toho istého manometra ako u kalibračnej krivky 3, ale pri $k = 1,8$. Z obrázku vidieť, že Piraniko manometer složený z polovodiča a kovového drôtička má podstatne vyššiu citlivosť ako citlivejší polovodičový odporový manometer (krivka 2) a súčasne potvrdzuje teoreticky predpokladané ďalšie zvýšenie citlivosti vhodnou voľbou pomernu odporov k .

8. Záver

V práci sa ukázalo, že bežné zapojenie odporového manometra vo Wheatstonovom mostíku vedie k veľmi složitej závislosti prúdu, ktorý je mierou tlaku, od odporov vystupujúcich v mostíku. Vhodnou voľbou mernacieho prístroja s ohľadom na jeho vnútorný odpor dá sa dosiahnuť to, že táto závislosť sa podstatne zjednoduší.

Na základe rozboru tejto zjednodušenej závislosti (4) sa ukázala možnosť ďalšieho zvýšenia citlivosti Piraniko manometra vhodnou voľbou odporov vo Wheatstonovom mostíku, čo bolo pre jednotlivé druhy Piraniko manometrov aj experimentálne potvrdené.

V práci sa urobil rozbor niektorých odporových manometrov, ktoré by prihádzali najviac do úvahy pre praktické využitie. Je to predovšetkým Piraniko manometer s jedným a dvoma kovovými drôtičkmi, ďalej s jedným a dvoma polovodičmi a aj odporový manometer s jedným polovodičom a jedným kovovým drôtičkom. Experimentálne výsledky u všetkých ukazujú zvýšenú citlivosť v prípade použitia vhodnejšieho pomernu odporov vo Wheatstonovom mostíku.

Zjednodušený vzťah (4) pre potenciálny rozdiel E_{12} a aj výpočet kalibračnej krivky 2 z kalibračnej krivky 1 na obr. 2 na základe rovnice (12) ukazujú, že by bolo možné pre prípad odporového manometra s jedným kovovým drôtičkom alebo polovodičom vypočítať kalibračné krivky manometra pri rôznom vyhrievacom prúde z jednej experimentálne získanej kalibračnej krivky. Ukazuje sa aj možnosť výpočtu kalibračných kriviek takéhoto manometra pre rôzne plyny z experimentálne získanej kalibračnej krivky pre jeden plyn.

- [1] Dushman S., *Scientific foundations of vacuum technique*, New York 1949.
- [2] Jacock R., *Kleinste Drucke, ihre Messung und Erzeugung*, Berlin 1950.
- [3] Laporte H., *Vakuummessungen*, Berlin 1955.
- [4] Nesterenko A. D., *Osnovy rasčeta elektroizmeritelnykh slem uravnovesivaniya*, Kijev 1954.
- [5] Siemens Zeitschrift, čís. 10/11 (1957), 605.
- [6] Lortie Y., *J. Phys. Radium* 16 (1955), 317.
- [7] Varičak M., *Il nuovo Cimento* 6 (1957), 723.
- [8] Veis Š., *Acta Facultatis reipum naturalium Universitatis Comenianae* 1 (1957), 77.

Došlo 11. 7. 1958.

Katedra fyziky Univerzity Komenského
v Bratislave

ИЗМЕРЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ МАНОМЕТРАМИ СОПРОТИВЛЕНИЯ

ШТЕФАН ВЕИС

Вьенна

В статье показывается на возможность употребления вольтметра с очень большим сопротивлением для измерения давлений в мосте Ватсона. Этим достигается существенного упрощения уравнения для напряжения E_m . Одновременно показывается на возможность повысить чувствительности манометра сопротивлением более выгодным выбором сопротивлений в мосте Ватсона.

MESSUNG DER DRÜCKE MIT DEN WIDERSTANDSMANOMETERN

STEFAN VEIS

Zusammenfassung

In dieser Arbeit weißt man auf die Möglichkeit der Anwendung des Voltmeters mit dem sehr großen inneren Widerstand zu der Messung der Drücke in der Wheatstoneschen Brücke an. Mit diesem erzielt man eine wesentliche Vereinfachung der Gleichung für die Spannung E_m . Gleichzeitig weißt man auf die Möglichkeit der Erhöhung der Empfindlichkeit des Widerstandsmanometers mit einer entsprechenden Wahl des Verhältnisses der Widerstände in der Wheatstoneschen Brücke an.