MERANIE ŠPECIFICKÉHO NÁBOJA ELEKTRÓNU METÓDOU JEDNÉHO KONDENZÁTORA

(Teoretická úvaha)

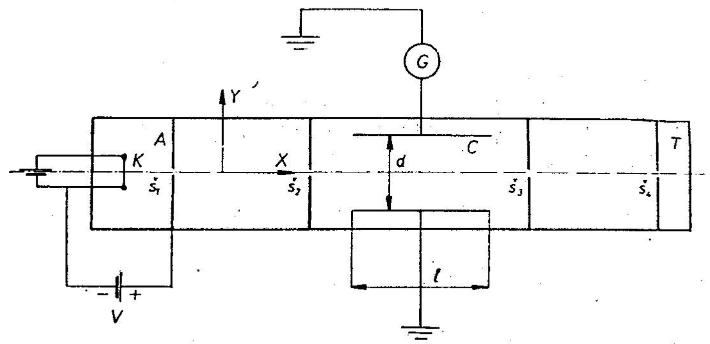
BERNARD KÖNIG, Bratislava

Úvod

Pri doterajších meraniach špecifického náboja elektrónu sa používala kombinácia elektrického a magnetického poľa alebo dvoch polí elektrických (metóda dvoch kondenzátorov). V dôsledku toho sa v príslušnej monografickej literatúre všeobecne uvádza, že vychýlenie elektrónu pôsobením len jedného poľa nepostačuje na určenie špecifického náboja elektrónu.[1] V tejto práci teoretickou úvahou poukazujem na zásadnú možnosť merania špecifického náboja elektrónu pomocou elektrického poľa vznikajúceho v jedinom kondenzátore.

Opis metódy

Elektróny emitované žeravým vláknom katódy K (obr. 1) sú urýchľované napätím V medzi katódou K a anódou A so štrbinou $š_1$. Pred kondenzátorom C



Obr. 1. Schéma zariadenia pre meranie špecifického náboja elektrónu metódou jedného kondenzátora: K — katóda, A — anóda, V — zdroj urýchľujúceho napätia, C — kondenzátor, G — vysokofrekvenčný generátor, T — fluorescenčné tienidlo, $š_1, š_2, š_3, š_4$ — štrbiny, X — os zariadenia, Y — os kolmá na dosky kondenzátora, l — dĺžka kondenzítora, d — vzdialenosť dosák kondenzátora.

[1]) Pozri napr. E. V. Špolskij, Atomová fysika I, český preklad 1. vyd., str. 27.

je umiestnená clona so štrbinou $š_2$. Medzi kondenzátorom a fluorescenčným tienidlom T sú dve clony so štrbinami $š_3$ a $š_4$. Na tienidle T sa objaví svetelná stopa len vtedy, ak dráha elektrónu po výstupe z kondenzátora splynie s osou zariadenia X. Z podmienok, ktoré musia byť splnené, aby sa na tienidle objavila svetelná stopa, možno určiť špecifický náboj elektrónu.

Základné rovnice

Ak os Y orientujeme kolmo na os zariadenia, t. j. rovnobežne s intenzitou elektrického poľa kondenzátora, potom nutnou a dostačujúcou podmienkou pre to, aby dráha elektrónu po opustení kondenzátora ležala v osi zariadenia (resp. objavila sa stopa na tienidle) je

$$v_y = 0, \tag{1a}$$
$$s_y = 0, \tag{1b}$$

pričom v_y je zložka rýchlosti a s_y posunutie polohy elektrónu v smere osi Y v okamžiku, keď elektrón opúšťa kondenzátor.

Predpokladajme sínusový priebeh napätia V a intenzity E elektrického poľa v kondenzátore, t. j.

$$V = V_0 \sin(\omega t - \varphi), \tag{2}$$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V_0}{d} \sin(\omega t - \varphi) = E_0 \sin(\omega t - \varphi), \tag{3}$$

kde d je vzdialenosť dosák kondenzátora a počítajme čas od okamžiku vstupu elektrónu do poľa kondenzátora. Čas preletu elektrónu kondenzátorom je zrejme

$$t^* = \frac{l}{v_x}, \tag{4}$$

kde l je šírka dosák kondenzátora a v_x zložka rychlosti elektrónu v smere osi X (závislá len od urýchľujúceho potenciálu V).

Okamžité zrýchlenie v smere osi Y, ktoré spôsobuje intenzita striedavého elektrického poľa E, je

$$a_y = \frac{Ee}{m} = \frac{eE_0 \sin(\omega t - \varphi)}{m}. \tag{5}$$

Zložka rýchlosti do smeru osi Y bude preto

$$v_y = \int \frac{E_0 e}{m} \sin(\omega t + \varphi)\, dt = -\frac{E_0 l}{m\omega} \cos(\omega t + \varphi) + v_0.$$

Integračnú konštantu v_0 určíme z počiatočných podmienok

$$t = 0; \qquad v_y = 0. \tag{6}$$

Dosadením do predchádzajúceho vzťahu dostaneme pre ňu hodnotu

$$v_0 = \frac{E_0 e}{m\omega} \cos\varphi;$$

y-ovú zložku rýchlosti môžeme preto vyjadriť v tvare

$$v(t, \varphi) = \frac{E_0 e}{m\omega} [\cos\varphi - \cos(\omega t + \varphi)]. \tag{7}$$

Pre $t = t^*$ (čas preletu) musí byť podľa (1a) $v_y = 0$, čiže

$$\cos\varphi - \cos(\omega t^* + \varphi) = 0 = \cos\varphi\,(1 - \cos\omega t^*) + \sin\omega t^* \sin\varphi,$$

z čoho

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1 - \cos\omega t^*}{-\sin\omega t^*}. \tag{8}$$

Úpravou tohto vzťahu dostaneme

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1 - \cos^2\frac{\omega t^*}{2} + \sin^2\frac{\omega t^*}{2}}{-2\sin\frac{\omega t^*}{2}\cos\frac{\omega t^*}{2}} = \frac{2\sin^2\frac{\omega t^*}{2}}{-2\sin\frac{\omega t^*}{2}\cos\frac{\omega t^*}{2}} =$$
$$= -\operatorname{tg}\frac{\omega t^*}{2} = \operatorname{tg}\left(-\frac{\omega t^*}{2}\right). \tag{9}$$

Riešenie rovnice (9) je

$$\varphi = -\frac{\omega t^*}{2} \pm n\pi. \tag{10}$$

Treba ešte splniť podmienku (1b), t. j. $s_y = 0$.
Pre y-ovú zložku dráhy z rovnice (7) vyplýva

$$s_y = \int v_y\, dt = \int \frac{E_0 e}{m\omega} [\cos\varphi - \cos(\omega t + \varphi)]\, dt =$$
$$= -\frac{E_0 e}{m\omega^2} \sin(\omega t + \varphi) + \frac{E_0 e}{m\omega} t \cos\varphi + s_0. \tag{11}$$

Integračná konštanta s_0 vyplynie z podmienok

$$t = 0; \qquad s_y = 0. \tag{12}$$

Po dosadení týchto podmienok do (11) dostaneme pre ňu hodnotu

$$s_0 = \frac{E_0 e}{m\omega^2} \sin\varphi,$$

takže y-ovú zložku dráhy môžeme vyjadriť v tvare

$$s_y(t, \varphi) = \frac{E_0 e}{m\omega} \left\{t\cos\varphi - \frac{1}{\omega} [\sin(\omega t + \varphi) - \sin\varphi]\right. . \tag{13}$$

Aby bola splnená podmienka (1b), musí byť

$$s_y(t^*, \varphi) = \frac{E_0 e}{m\omega} \left\{t^* \cos\varphi - \frac{1}{\omega} [\sin(\omega t^* + \varphi) - \sin\varphi]\right\} = 0,$$

t. j. musí byť splnená rovnica

$$t^* \cos\varphi - \frac{1}{\omega}[\sin(\omega t^* + \varphi) - \sin\varphi] = 0.$$

Vynásobením tejto rovnice výrazom $\frac{\omega}{\cos\varphi}$ a ďalšou úpravou dostávame postupne:

$$t^*\omega - \frac{\sin\omega t^* \cos\varphi + \cos\omega t^* \sin\varphi}{\cos\varphi} - \operatorname{tg}\varphi = 0,$$

$$\omega t^* - \sin\omega t^* + \cos\omega t^* \operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi = 0,$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega t^* - \sin\omega t^*}{\cos\omega t^* - 1}. \tag{14}$$

Ak dosadíme za φ podľa (10) a ak vyjadríme $\sin\omega t^*$ a $\cos\omega t^*$ výrazmi pre polovičný uhol $\frac{\omega t^*}{2}$, po úprave dostaneme rovnicu

$$\frac{\omega t^*}{2} = \operatorname{tg}\frac{\omega t^*}{2}. \tag{15}$$

Rovnici $\alpha = \operatorname{tg}\alpha$ vyhovuje nekonečný počet určitých hodnôt $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_i \ldots$

Kinetická energia elektrónu je daná vzťahom

$$\frac{1}{2}mv_x^2 = eV,$$

z čoho

$$\frac{e}{m} = \frac{1}{2}\frac{v_x^2}{V}. \tag{16}$$

Rýchlosť elektrónu môžeme vyjadriť zo vzťahu (4), z čoho na základe (15) vyplýva

$$v_x^2 = \frac{\omega_i^2}{4}\frac{l^2}{\alpha_i^2}; \tag{17}$$

dosadením tohto vyjadrenia do vzťahu (16) dostaneme pre špecifický náboj elektrónu výraz

$$\frac{e}{m} = \frac{\omega_i^2}{8V_i}\frac{l^2}{\alpha_i^2}. \tag{18}$$

Určenie špecifického náboja elektrónu

Pre hodnoty ω, V, α dvoch po sebe idúcich meraní (dosiahnutých plynulým zväčšovaním hodnoty ωt), pri ktorých sa objavia svetelné stopy na tienidle, platí podľa rovnice (18)

$$\frac{e}{m} = \frac{\omega_i^2}{8V_i}\frac{l^2}{\alpha_i^2} = \frac{\omega_{(i+1)}^2}{8V_{(i+1)}}\frac{l^2}{\alpha_{(i+1)}^2},$$

z čoho vyplýva

$$\frac{\omega_{(i+1)}^2}{V_{(i+1)}}\frac{V_i}{\omega_i^2} = \frac{\alpha_{(i+1)}^2}{\alpha_i^2}. \tag{19}$$

Upravme pravú stranu tejto rovnice zavedením rozdielu dvoch po sebe idúcich hodnôt $\alpha : \alpha_{(i+1)} - \alpha_i = \Delta\alpha_{(i,i+1)}$. Potom možno písať

$$\frac{\alpha_{(i+1)}^2}{\alpha_i^2} = \frac{(\alpha_i + \Delta\alpha_{(i,i+1)})^2}{\alpha_i^2} = 1 + 2\frac{\Delta\alpha_{(i,i+1)}}{\alpha_i} + \left(\frac{\Delta\alpha_{(i,i+1)}}{\alpha_i}\right)^2 =$$

$$= f(\alpha_i, \Delta\alpha_{(i,i+1)}). \tag{20}$$

Hodnoty α_i vyhovujúce rovnici $\alpha_i = \operatorname{tg}\alpha_i$ dostaneme ako priesečníky priamky $y = x$ a funkcie $y = \operatorname{tg} x$. Je zrejmé, že tieto priesečníky sa budú so stúpajúcim i približovať hodnote $\alpha_i = \frac{2i+1}{2}\pi$.

S dostatočnou presnosťou ich možno určiť Newtonovou metódou a zostaviť tabuľku:

i	α_i	$f(\alpha_i\ \Delta\alpha_{(i,i+1)})$
1	4,4934	2,955
2	7,7253	1,991
3	10,9041	1,664
4	14,0662	1,498
5	17,2208	1,399
6	20,3713	1,333
7	23,5195	1,285
8	26,6661	—

Hodnotu ľavej strany rovnice (19) dostaneme z nameraných hodnôt frekvencie a urýchľujúceho napätia; z toho určíme jej odpovedajúcu hodnotu $f(\alpha_i, \Delta\alpha_{(i,i+1)})$ a tým aj príslušnú hodnotu α_i. Špecifický náboj elektrónu môžeme potom vypočítať z rovnice (18).

Došlo 15. 6. 1957.

Katedra fyziky Slovenskej vysokej školy technickej v Bratislave

ИЗМЕРЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА ПО МЕТОДУ ЕДИНОГО КОНДЕНСАТОРА

БЕРНАРД КЕНИГ

Выводы

В этой статьи теоретически доказывается принципиялная возможность измерения удельного заряда, электрона при помощи электрического поля возникающего в едином конденсаторе.