

## MĚŘENÍ VYSOKÝCH TEPLŮT OPTICKÝMI FILTRY

ZAVIŠ BOCHNIČEK

Astronomický ústav Univerzity Komenského v Bratislave

### Úvod

Obsahem tohoto pojednání je teorie optické metody k měření teploty žhavých těles. V technické praxi se s takovým úkolem často setkáváme. Je to na příklad hutní průmysl, kde stanovení vysokých teplot je velmi nutné, neboť kvalita nejrůznějších kovových slitin závisí nejen na jejich chemickém složení, ale i na teplotě, k jaké byly zahřáty a při jaké nastalo míšení. Je s dostatek známo, jak se odlišují některé druhy ocele o stejném složení, které však prošly různě vysokým stupněm žhavení. Mnohdy se stupně žhavení neododržuje přesně, protože chybí vhodný způsob jeho měření nebo stanovení. Slitiny pak nemají jednotné a žádané vlastnosti. Zlepšení lze sjednat stálou kontrolou teploty. Ovšem v tomto oboru teplot, o který nám nyní jde, tedy mezi 1000° až 3500 °C nejsou použitelné běžné metody. Do 1000 °C se užívá odporových teploměrů, založených na známém zjevu změny elektrického odporu kovových vodičů živem teploty. V oboru teplot kolem 1000 °C nastupuje další způsob, totiž využití termo-elektrického zjevu, při němž vzniká termo-elektrická síla mezi dvěma spájenými místy elektrického okruhu, složeného ze dvou kovových vodičů. Její velikost je úměrná rozdílu teplot obou míst. Dodnes je vyzkoušena řada takových vhodných termo-článků (na příklad konstantan-chromnikel). Jejich použitelnost sahá do 1200—1300 °C, vyjma kombinací platina-platinohodim a dále molybden-wolfram, z nichž první je použitelná do 1600 °C, druhá dokonce přes 2200 °C. Dosažení ještě vyšších teplot se očekávalo od termo-článků těžko tavitelných kovů, jako molybden, osmia, tantal a wolframu, avšak snadná oxidace zabraňuje jejich opakovanému použití. Kromě toho vkládání jednoho ze spájených míst termo-článku v izolovaném obalu do měřené látky nebo do uzavřeného prostoru, v němž se roztopený kov nalézá, je hlavním zdrojem nesnáží v praxi.

Průmysl však nezbytně potřebuje měření teplot i přes 2500 °C. Zde pak selhávají všechny metody, vyjma metod optických. Jejich principem jsou dva fyzikální zjevy. Předně, každé žhavé těleso vysílá s rostoucí teplotou čím dále tím více záření. Na příklad zvyšujeme-li teplotu dvakrát, stoupne celkové vyza-

řování na šestnáctinásobek. A dále, barva žhavého tělesa se rovněž mění s jeho teplotou v tom smyslu, že při nízkých teplotách těleso září červeně, se stoupající teplotou jeho barva přechází do oranžové, později žluté, až při nejvyšších teplotách je bílavá. Fyzikální podklady obou těchto zjevů jsou dnes známy a vysvětleny (zákon Stefanův a zákon Planckův), a obou jich lze použít k měření teploty.

V zásadě lze tedy rozdělit optické metody k měření teploty na dvě skupiny: v první se měří záření vyslané žhavým tělesem v celém rozsahu vlnových délek (nebo aspoň se snažíme přiblížit tomu požadavku co nejvíce), v druhé skupině se naopak vymezí jistý obor vlnových délek, v němž se pak provádí další měření.

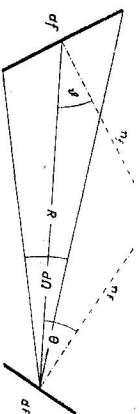
### I. Stručný přehled pyrometrických metod

#### I. 1. Určení teploty podle celkového záření

Jestliže přijímač záření je absolutně černý a schopný nezkráceného příjmu v celém vlnovém rozsahu, pak pohlcuje všechno záření na něj dopadající. Postaráme-li se o to, aby energie záření byla zužitkována měřitelným způsobem, pak nám indikátor ukáže vychýlku úměrnou příkonu dopadajícího záření, totiž konst.  $(T^4 - T_0^4)$ , kde  $T$  je teplota zkoumaného tělesa,  $T_0$  je teplota přijímače, v obou případech v absolutní stupnici, t. j.  $T = (273 + t) ^\circ\text{C}$ . Konstanta v uvedeném vztahu závisí na experimentálním uspořádání a lze ji určit měřením na záření tělesa známé teploty, známých rozměrů a známé vzdálenosti.

Princip měření celkového záření je tento:

Obr. 1. Geometrické vztahy mezi radiátorem a receptorem záření.



Plocha radiátoru budíž  $dF$ . Ve vzdálenosti  $R$  se nachází receptor s přijímací plochou  $dF'$ . Normála plochy radiátoru necht' je od spojnice obou ploch odkloněna o úhel  $\theta$ , plocha receptoru pak o úhel  $\theta'$ . Ze středu receptoru pozorováno, jeví se nám radiátor v prostоровém úhlu  $d\Omega$ . Pak pro výkon záření radiátoru, jak je přijímáme na  $dF'$ , platí

$$dW = d\Omega dF' \frac{\sigma}{\pi} T^4 \cos \theta,$$

kde  $\frac{\sigma}{\pi} T^4$  je celkové specifické vyzařování černého tělesa, jak je dostaneme integrací Planckovy funkce

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{2c^2 h}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1} = \frac{\sigma}{\pi} T^4,$$

kde  $\sigma = 5.664 \cdot 10^{-12} \text{ W cm}^{-2} \text{ grad}^{-4}$ .

Receptor necht má teplotu svého okolí  $T_0$ . Za nepřítomnosti jakéhokoli dalšího tělesa je s tímto okolím v tepelné rovnováze, neboť přijímá z poloprostoru výkon

$$dw = \frac{\sigma}{\pi} T_0^4 dF \int \cos \Theta d\Omega = \sigma T_0^4 dF$$

a rovněž tento výkon do něho vyzářuje. Vložíme-li však do poloprostoru ve směru normály plochy receptoru nějaké těleso o prostorovém úhlu  $d\Omega$ , pak se nám o tuto hodnotu poloprostoru zmenší, takže receptor vlivem srážení dostává výkon poněkud menší, totiž

$$\sigma T_0^4 \left(1 - \frac{d\Omega}{\pi}\right) dF.$$

Tak by tomu bylo, kdyby absolutní teplota vloženého tělesa byla  $10^\circ$ . Jestliže však jeho teplota jest  $T$ , pak na receptor přichází dodatečný výkon

$$\frac{d\Omega}{\pi} \sigma T^4 dF,$$

takže celková bilance dopadajícího záření je

$$dw = dF \frac{d\Omega}{\pi} \sigma (T^4 - T_0^4),$$

kde faktor před závorkou je závislý na experimentálním uspořádání. Velké citlivosti se dosáhne při velké hodnotě tohoto faktoru. Toho se dá dosáhnout předřazením světelné optické soustavy, na příklad parabolického zrcadla. Nesmíme však zapomenout, že jakýkoliv předřazený systém má vlastní absorpci, což se projeví ztrátou dopadajícího záření. Dále při velmi světelných systémech nevzniká výkon se útvorem světelnosti, nýbrž vlivem nenulového úhlu  $\Theta$  je tento vzrůst pomalejší.

Jako příjmač se nejlépe osvědčuje bolometr, u něhož dopadající záření vyvolává změnu elektrického odporu, kterou lze dobře měřit. Dále bývá používáno termoočlánku, jehož jedno spájené místo je vhodné zaobroubeno a zakřívá se pod dopadajícím zářením. To vyvolává elektromotorickou sílu, snadno přístupnou měření. Zdá se, že v technické praxi termoočlánky vytlačují bolometry. Měření *ems* je totiž přesnější než měření změny odporu i při násukovém spojení. Rovněž citlivost vhodných termoočlánků je lepší a jejich mechanické provedení snazší a dokonalější.

## 1. 2. Určení teploty podle záření ve vybraných oborech

Alkohol podstatu měření teploty podle celkového záření je zcela jednoduchá, vyskytuje se v praxi řada nesnáží značné snižujících přesnost a použitelnost zmíněné metody. Proto již záhy se věnovala pozornost druhé možnosti, jak určit opticky teplotu, totiž měřením záření ve vybraných oborech.

V principu existují dvě takové možnosti. Jednak lze bolometrem nebo termoočlánkem měřit výkon záření vyšetřovaného tělesa v několika vhodně zvolených místech spektra. Zvolíme-li tyto obory pokud možno nejúžší, dostaneme téměř monochromatické záření. Logaritmy výkonu monochromatického záření jsou přibližně lineární funkcí vlnové a gradient této funkce (aspoň v omezeném vlnovém rozsahu) je nepřímý úměrný absolutní teplotě zářícího tělesa.

Při druhém způsobu neměříme výkon záření absolutně, nýbrž porovnáваме ho s výkonem srovnávacího zdroje o známé teplotě. Z takových poměrných měření dostaneme relativní gradient, který je úměrný rozdílu reciprokých hodnot teplot obou těles. Známe-li teplotu srovnávacího zdroje, lze neznámou teplotu měřeného tělesa snadno vypočítat.

Výhodou tohoto druhého způsobu je, že přijímač nemusí být absolutně černý. Lze ho tedy nahradit jakýmkoliv receptorem, na příklad háským okem, fotografickou deskou, hradlovým článkem, fotočlánkem, fotonasobitkem a pod. Tyto selektivní receptory bývají ve světem oboru mnohem citlivější než bolometr nebo termoočlánek, jichž nutno používat u metod absolutních. Další a snad hlavní předností těchto metod druhého způsobu je naprostá nezávislost na experimentálním uspořádání, t. j. nezáleží zde ani na velikosti zářících ploch, ani na jejich vzdálenosti. Proto se těchto metod užívá především v astronomii k měření povrchové teploty nebeských těles, často velmi vzdálených, eventuelně i takových těles, jejichž vzdálenost ani neznáme, a přesto jejich teplotu dovedeme určit stejně přesně, jako bychom je měli na dosah ruky.

Nelze ovšem opominout jednu důležitou okolnost. Teplotu z takových měření určenou označujeme jako teplotu termodynamickou. Na příklad hvězdné záření se odlišuje od absolutně černého tělesa, a proto zde barevná teplota je jiná než teplota pravá nebo efektivní. Avšak u kovu a za teplot dosazitelých v laboratorních nastávají větší odchylky od černého záření, jmenovitě ne ve viditelném světle. Proto zde bývá barevná teplota jen málo odlišná od teploty pravé. Ostatně jestliže by šlo o velmi přesné měření pravé teploty v technické praxi, lze vyskytující se odchylky jednou provždy zjistit laboratorně. V úkolech, ke kterým je třeba přihlížet v hutním průmyslu, jde hlavně o to, aby byla stanovena určitá charakteristika, mající těsný vztah k pravé teplotě. A takovou barevná teplota bezesporu je.

## 1. 2. a Měření na isothermě

Jestliže ze spojitého spektra záření černého tělesa teploty  $T$  vybereme dvě vlnové délky  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  a určíme poměr jejich intenzit

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^5 \frac{e^{\frac{c}{\lambda_1 T}} - 1}{e^{\frac{c}{\lambda_2 T}} - 1},$$

kde  $c_2 = 1,43950 (1 \pm 0,00025)$  cm grad, pak z tohoto poměru můžeme stanovit teplotu  $T$  zářivého tělesa. Omezíme-li se dále na viditelné záření a teploty běžné v technické praxi, můžeme místo přesného Planckova zákona použít vzorce Wienova, který je tím lepší aproximací, čím menší je součin  $\lambda T$ , neboť

$$\lim_{\lambda T \rightarrow 0} \frac{2c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} = \frac{2c_1}{\lambda^5} e^{c_2/\lambda T}.$$

Podle toho je poměr intenzit dvou vlnových délek

$$\frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^5 e^{-\frac{c_2}{T} \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)},$$

z čehož

$$\frac{c_2 \log e \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)}{T} = 5 \log \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \log \frac{I_2}{I_1}.$$

V tomto vzorci jsou všechny veličiny známé až na teplotu  $T$ , kterou lze odtud vypočítat. Důležité je to, že výsledek není vůbec závislý na rozměru nebo vzdálenosti měřeného tělesa.

### I. 2.b Isochromatické měření

Srovnáme nyní záření dvou vlnových délek  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  dvou těles, jednoho o neznámé teplotě  $T$  a druhého o teplotě známé  $T_0$ . Srovnání provedeme vždy u téže vlnové délky, t. j. porovnáváme jas tělesa o neznámé a známé teplotě vždy v téže barvě (t. zv. měření isochromatické), tak dostaneme poměry

$$\frac{I(\lambda_1, T)}{I(\lambda_1, T_0)} = \frac{k_1}{k_2} \frac{e^{c_2/T_0} - 1}{e^{c_2/T} - 1},$$

$$\frac{I(\lambda_2, T)}{I(\lambda_2, T_0)} = \frac{k_1}{k_2} \frac{e^{c_2/T_0} - 1}{e^{c_2/T} - 1},$$

kde  $k_1$  a  $k_2$  jsou jisté konstanty, vztahující se při daném experimentálním uspořádání k rozměrům a vzdálenostem zářivých těles. Požadované poměry intenzit snadno změníme jakýmkoliv fotometrem vzhledem k snadnosti isochromatického porovnání. Jestliže nyní dělíme první rovnici druhou, dostaneme

$$\frac{I(\lambda_1, T)/I(\lambda_1, T_0)}{I(\lambda_2, T)/I(\lambda_2, T_0)} = \frac{e^{c_2/T_0} - 1}{e^{c_2/T} - 1} \frac{e^{c_2/T_0} - 1}{e^{c_2/T_0} - 1}.$$

Uvedený výraz při známém  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  a  $T_0$  obsahuje jedinou neznámou, totiž hledanou teplotu  $T$ . Důležité je opět to, že se zde nevyskytují konstanty  $k_1$  a  $k_2$ , což nám opět umožňuje určit teplotu tělesa, jehož rozměry a vzdálenost nepotřebujeme vůbec znát.

## II. Nová metoda dvojitě isochromatického měření

### II. 1. Úvod

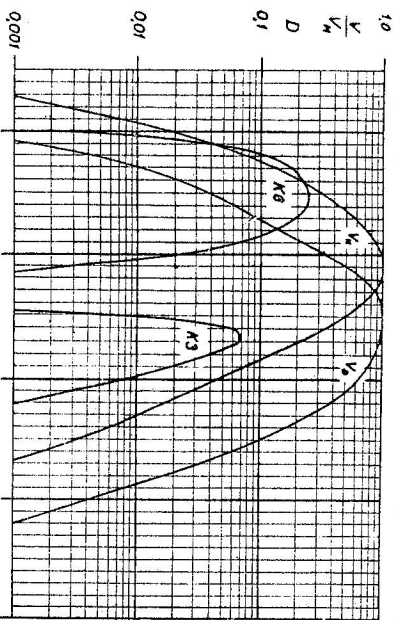
Ačkoli principy uvedených pyrometrických metod jsou dávno známy, v praxi se všech těchto metod neužívalo. Především poslední metoda dvojitě isochromatického měření zůstávala nevyužita, ačkoli hned při prvním rozboru se ukazuje velice výhodná. Některé úkoly, které se mi před časem vyskytly, vedly mne k řešení tohoto problému. Znamení výsledky dosažené hned při prvních měřeních byly podnětem k bližšímu rozboru všech okolností zde působících. Tak se nahromadil jistý materiál, jehož uveřejnění považuji za oprávněné vzhledem k výsledkům, jaké tato nová metoda poskytuje. Je to metoda visuální, což znamená rychlá a nenákladná, používající dvou standardních barevných filtrů, srovnávacího zdroje se žárovkou s wolframovým vláknem (kalibrovanou na přesnější teplotu) a konečně srovnávacího fotometru jakéhokoli typu. Zkoušky a měření zde uváděné byly prováděny s Pulfrichovým fotometrem (C. Zeiss, VEB, Jena).

Dříve než přistoupíme k výkladu této nové optické metody pro určování vysokých teplot, věnujme ještě pozornost těm důležitým rysům visuální fotometrie a filtrové techniky, které se v dalším uplatňují.

### II. 2. Relativní spektrální citlivost lidského oka

V praxi nelze dost dobře bez nákladných zařízení izolovat monochromatické záření  $I(\lambda, T)$  dl, ale musíme se spokojit s širším spektrálním oborem. Ve visuální fotometrii použitelný obor se rozprostírá od 0,4 do 0,7  $\mu$  a je vymezen relativní spektrální citlivostí lidského oka, kteroužto funkci označujeme jako  $V(\lambda)$ . Na základě mnoha měření je tato funkce známa s dostatečnou přesností. Hodnoty pro jednotlivé vlnové délky uvádím v připojené tabulce 1. Náporný obraz nám podává připojený semilogaritmický diagram, obr. 2. Poznámeme, že funkce  $V_n(\lambda)$  přísluší t. zv. denní adaptaci, t. j. stavu státnice, jaký nastává při pozorování ploch jasnějších než 30 asb (jas 1 asb je jas bílé, difusně reflektující plochy, osvětlené ze vzdálenosti 1 m zdrojem o svítivosti 1 cd). Avšak ještě při jas 1 asb jsou odchylky od denní adaptace celkem malé. Teprve pod tímto jasnem nastává znatelný posuv křivky spektrální citlivosti směrem ke kratším vlnovým délkám a ustáluje se u jasů menších než 0,01 asb, kdy mluvíme o t. zv. noční adaptaci. Již odpovídající relativní spektrální citlivost označujeme jako  $V_n(\lambda)$ . Její hodnoty uvádím rovněž v připojené tabulce

a diagramu. Při této příležitosti podotkneme, že popsanou změnu spektrální citlivosti z denní adaptace na adaptaci noční objevili a první popsal náš velký fyziolog J. E. Purkyně, podle něhož se tento úkaz nazývá Purkyněovým zje-



Obr. 2. Relativní spektrální citlivost oka pro adaptaci denní  $V_{\lambda}(1)$  a noční  $V_{\lambda}(2)$  a spektrální propustnost optických filtrů Zeiss K3 a K6.

Tabulka 1

| $\lambda_{\mu}$ | $V_{\lambda}(1)$ | $V_{\lambda}(2)$ | $\lambda_{\mu}$ | $V_{\lambda}(1)$ | $V_{\lambda}(2)$ |
|-----------------|------------------|------------------|-----------------|------------------|------------------|
| 0,370           | 0,000040         | 0,0010           | 0,570           | 0,952            | 0,22             |
| 0,380           | 0,000075         | 0,0028           | 0,580           | 0,870            | 0,14             |
| 0,390           | 0,00017          | 0,0089           | 0,590           | 0,757            | 0,083            |
| 0,400           | 0,0004           | 0,0185           | 0,600           | 0,631            | 0,0490           |
| 0,410           | 0,0012           | 0,040            | 0,610           | 0,503            | 0,0300           |
| 0,420           | 0,0040           | 0,080            | 0,620           | 0,381            | 0,0175           |
| 0,430           | 0,0116           | 0,132            | 0,630           | 0,265            | 0,0100           |
| 0,440           | 0,023            | 0,212            | 0,640           | 0,175            | 0,00575          |
| 0,450           | 0,038            | 0,32             | 0,650           | 0,107            | 0,00315          |
| 0,460           | 0,060            | 0,42             | 0,660           | 0,061            | 0,00170          |
| 0,470           | 0,091            | 0,58             | 0,670           | 0,032            | 0,00087          |
| 0,480           | 0,138            | 0,70             | 0,680           | 0,017            | 0,00047          |
| 0,490           | 0,208            | 0,83             | 0,690           | 0,0087           | 0,00021          |
| 0,500           | 0,323            | 0,93             | 0,700           | 0,0041           | 0,00021          |
| 0,510           | 0,503            | 1,00             | 0,710           | 0,0021           | 0,000105         |
| 0,520           | 0,710            | 0,96             | 0,720           | 0,00105          |                  |
| 0,530           | 0,862            | 0,84             | 0,730           | 0,00052          |                  |
| 0,540           | 0,954            | 0,69             | 0,740           | 0,00025          |                  |
| 0,550           | 0,995            | 0,50             | 0,750           | 0,00012          |                  |
| 0,560           | 0,995            | 0,32             | 0,760           | 0,00006          |                  |

ven. Jestliže ho zanedbáme — a to se mnohdy ve fotometrii děje — může být zdrojem značných chyb. V předložené práci je k němu přihlídnuto, takže visusální měření teploty dále popsanou metodou je správné jak při denní, tak při noční adaptaci. Rozbor dosažitelné přesnosti je podán později.

### 11. 3. Optické filtry Zeiss K3 a K6

Použitím barevných filtrů rozdělíme rozsah viditelného záření na užší obory. Tento úkol byl dlouho neshadno proveditelný, protože neexistovaly filtry s úzkou propustností. Teprve použitím některých organických barviv se podařilo zhotovit vhodné filtry žádaných vlastností. V této práci jsem použil Zeissových filtrů řady K s velmi úzkým oborem propustnosti. Užívají se běžně v chemické kolorimetrii a vyznačují se velkou stálostí spektrální křivky. Ani u filtrů vystavených po dlouhou dobu extrémním podmínkám se nedaly zjistit nějaké odchylky.

Abys bylo možno stručně popsat vlastnosti optických filtrů, udává se pro ně vlnová délka  $\lambda_{\mu}$ , kde filtr je nejvíce propustný, dále maximální propustnost  $D_{\mu}$  u této vlnové délky, a konečně šířka spektrálního oboru  $b_{\frac{1}{2}}$ , v němž relativní propustnost filtru je větší než 0,5. Pro oba použité filtry tyto hodnoty jsou:

| filtr | $\lambda_{\mu}\text{Å}$ | $D_{\mu}$ | $b_{\frac{1}{2}}\text{Å}$ |
|-------|-------------------------|-----------|---------------------------|
| K3    | 5664                    | 0,0678    | 271                       |
| K6    | 4537                    | 0,2492    | 595                       |

Naměřenou propustnost obou filtrů obsahuje tabulka 2.

Používáme-li optických filtrů speciálně k visusální fotometrii, pak uvedené charakteristiky nejsou mezi jednotlivými filtry porovnatelné. Tento nedostatek se v praxi citelně pocituje, neboť však dosud odstraněn. Na základě vlastních zkušeností navrhuji pro visusální fotometrii používání těchto nových charakteristik:

1. efektivní vlnová délka

$$\lambda_e = \frac{\int_0^{\infty} V(\lambda) D(\lambda) \lambda d\lambda}{\int_0^{\infty} V(\lambda) D(\lambda) d\lambda}$$

2. efektivní maximální propustnost

$$D_{\mu e} = D_{\mu} V(\lambda_{\mu})$$

3. efektivní šířka oboru propustnosti  $b_e$ , definovaná tak, aby součin z této efektivní šířky a efektivní maximální propustnosti byl roven visusální propustnosti filtru

$$b_e D_{\mu e} = \int_0^{\infty} V(\lambda) D(\lambda) d\lambda$$

4. efektivní propustnost

$$D_e = \frac{\int_0^{\infty} V(\lambda) D(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} V(\lambda) d\lambda}$$



Tabulka 2  
Spektrální propustnost filtru K3 a K6

| $\lambda_\mu$ | K3      |               | K6            |         |
|---------------|---------|---------------|---------------|---------|
|               | $D, \%$ | $\lambda_\mu$ | $\lambda_\mu$ | $D, \%$ |
| 0,540         | 0,0047  | 0,410         | 3,75          |         |
| 0,542         | 0,0142  | 0,420         | 10,60         |         |
| 0,544         | 0,043   | 0,430         | 18,22         |         |
| 0,546         | 0,125   | 0,440         | 22,4          |         |
| 0,548         | 0,32    | 0,450         | 24,7          |         |
| 0,550         | 0,71    | 0,460         | 24,1          |         |
| 0,552         | 1,40    | 0,470         | 19,9          |         |
| 0,554         | 2,35    | 0,472         | 18,7          |         |
| 0,556         | 3,35    | 0,474         | 17,5          |         |
| 0,558         | 4,33    | 0,476         | 16,2          |         |
| 0,560         | 5,35    | 0,478         | 14,8          |         |
| 0,562         | 6,20    | 0,480         | 13,4          |         |
| 0,564         | 6,66    | 0,482         | 12,1          |         |
| 0,566         | 6,76    | 0,484         | 10,8          |         |
| 0,568         | 6,73    | 0,486         | 9,40          |         |
| 0,570         | 6,55    | 0,488         | 8,20          |         |
| 0,572         | 6,30    | 0,490         | 7,00          |         |
| 0,574         | 5,80    | 0,492         | 5,90          |         |
| 0,576         | 5,33    | 0,494         | 4,90          |         |
| 0,578         | 4,70    | 0,496         | 4,00          |         |
| 0,580         | 4,22    | 0,498         | 3,10          |         |
| 0,590         | 2,00    | 0,500         | 2,35          |         |
| 0,600         | 0,85    | 0,510         | 0,37          |         |
| 0,610         | 0,33    | 0,520         | 0,017         |         |
| 0,620         | 0,117   |               |               |         |
| 0,630         | 0,047   |               |               |         |
| 0,640         | 0,017   |               |               |         |
| 0,650         | 0,007   |               |               |         |
| 0,660         | 0,004   |               |               |         |

Názorný přehled prvních tří veličin podává připojený obrázek 3.  
Pro použité filtry bylo tak nalezeno:

| filtr | stav           | $\lambda_e$ | $D_{\mu_0}$ | $b_e$ | $D_e$  |
|-------|----------------|-------------|-------------|-------|--------|
| K3    | denní adaptace | 5715 Å      | 0,0648      | 279 Å | 0,0169 |
| K3    | noční adaptace | 5667 Å      | 0,0193      | 231 Å | 0,0047 |
| K6    | denní adaptace | 4722 Å      | 0,0193      | 482 Å | 0,0087 |
| K6    | noční adaptace | 4658 Å      | 0,1133      | 488 Å | 0,0581 |

II. 4. *Visuální metoda dvojího isochromatického měření*

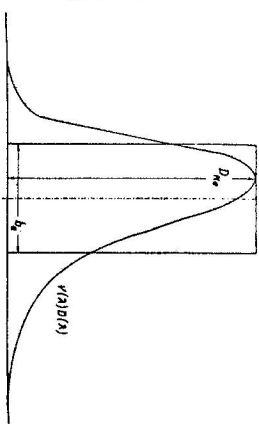
Vratně se nyní k vlastní metodě určení neznámé teploty srovnáváním intenzit ve dvou spektrálních oborech s intenzitou záření tělesa o známé tep-

lotě. Fotometrickým srovnáním intenzity tělesa, jehož teplotu hledáme, s intenzitou tělesa o známé teplotě  $T_0$  za použití filtru K3 dostaneme poměr

$$Q_1 = k_1 \frac{\int_0^\infty I(\lambda, T) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}$$

Stejně tak dostaneme při druhém filtru K6 poměr intenzity tělesa o hledané teplotě k intenzitě tělesa teploty  $T_0$

$$Q_2 = k_2 \frac{\int_0^\infty I(\lambda, T) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda}$$



Obr. 3. Spektrální charakteristiky optických filtrů.

Dělné nyní první rovnici druhou; dostaneme tak výraz, který upravíme tím způsobem, aby funkce mající v argumentu stejnou teplotu byly pospolu:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\int_0^\infty I(\lambda, T) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda} \cdot \frac{\int_0^\infty I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty I(\lambda, T) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda}$$

Označme dále

$$\frac{Q_1}{Q_2} = Q$$

$$\log \frac{\int_0^\infty I(\lambda, T) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty I(\lambda, T) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda} = f(T)$$

$$\log \frac{\int_0^\infty I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda} = f(T_0)$$

pak lze stručně psát

$$f(T) = f(T_0) + \log Q,$$

což znamená: funkce hledané teploty  $T$  je rovna logaritmu poměru měřených veličin  $Q_1$  a  $Q_2$  plus aditivní konstanta  $f(T_0)$ , jejíž velikost závisí na volbě teploty srovnávacího zdroje. V této rovnici je vlastní matematické vyjádření celé metody.

Provedme nyní diskusi uvedené rovnice pomocí aproximací. Představme si optický filtr s dostatečně úzkým oborem propustnosti od  $\lambda_e - \Delta b_e$  do

$\lambda_1 + \lambda_2 b_0$  a efektivní maximální propustností  $D_{ne}$ . Visuální propustnost takového filtru je tedy  $D_{ne} b_0$ . Násobíme-li dále výraz  $V(\lambda) D(\lambda)$  Planckovou funkcí  $I(\lambda, T)$  dostaneme výraz, který v grafickém znázornění představuje křivku velmi podobnou  $V(\lambda) D(\lambda)$ , zvětšenou však pro každou vlnovou délku o násobek  $I(\lambda, T)$ . Efektivní vlnová délka tohoto nového výrazu zůstává téměř nezměněna a shodná s efektivní vlnovou délkou použitého filtru. Můžeme proto s použitím přenosnosti psát

$$\int_0^{\infty} I(\lambda, T) V(\lambda) D(\lambda) d\lambda \sim I(\lambda, T) D_{ne} b_0 \sim 2c_1 \lambda_2^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda_2 T}} \left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda_2 T}}\right)^{-1} D_{ne} b_0.$$

Jestliže máme dva filtry, pak pro každý z nich platí výraz tohoto tvaru, až na rozdílné veličiny  $\lambda_2$ ,  $D_{ne}$ ,  $b_0$ , které odlišme indexy 1 a 2. Funkce hledané teploty  $f(T)$ , která je logaritmem obou integrálů plus aditivní konstanta, nabývá tak tvaru

$$f(T) \sim f(T_0) + \log \frac{D_{ne1} b_{01}}{D_{ne2} b_{02}} - 5 \log \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{22}} - \left(\frac{1}{\lambda_{21}} - \frac{1}{\lambda_{22}}\right) \frac{c_2 \log e}{T} + \frac{1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda_{21} T}}}{1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda_{22} T}}}.$$

Poslední člen této rovnice se dá zanedbat, neboť je téměř nulový. Zbyvá tedy výraz

$$f(T) = f(T_0) + a + b \cdot \frac{1}{T},$$

kde  $a$  a  $b$  jsou v prvním přiblížení konstanty určené charakteristikami filtrů:

$$a = \log \frac{D_{ne1} \cdot b_{01}}{D_{ne2} \cdot b_{02}} - 5 \log \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{22}},$$

$$b = \left(\frac{1}{\lambda_{22}} - \frac{1}{\lambda_{21}}\right) c_2 \log e.$$

Tak konečně dostáváme

$$\frac{1}{T} = -\frac{a}{b} + \frac{1}{b} \log Q.$$

### II. 5. Číselné hodnoty při denní adaptaci

Poslední rovnice předeházejícího odstavce je vhodná k posouzení celkového průběhu hledané funkce a rovněž se dobře hodí k interpolaci mezi známými hodnotami  $Q$ . Pro přesný výpočet bylo však použito exaktních integrálů typu

$$\int_0^{\infty} I(\lambda, T) V(\lambda) D(\lambda) d\lambda$$

pro oba filtry a celou řadu zvolených teplot. Jako srovnávací zdroj bylo zvoleno záření o barevné teplotě  $T = 2360$  grad. Takové záření se dá velmi

dobře realizovat žárovkou s wolframovým vláknem při určitých provozních podmínkách. Zdroj lze obdržet kalibrováný z větších fyzikálních ústavů. Provozní podmínky se dají snadno kontrolovat a udržovat na správné hodnotě. Malé odchylky, vznikající u wolframu odchylkou jeho emisního koeficientu od konstantní hodnoty ve viditelném záření, jsou diskutovány později.

Z číselných hodnot sverhu uvedeného integrálu bylo nalezeno číslo  $Q$  pro jednotlivé teploty rozložené pokud možno stejnoměrně v soustavě  $1/T$ , a to od 500 až do 30.000 grad. V tabulce, jež by obsahovala tato čísla, bylo by již možné interpolovat. Ukázalo se však výhodnějším nalézt metodu nejmenších

čtverců aproximativní funkcí, jež by analyticky vyjadřovala vztah mezi  $\frac{1}{T}$

a  $\log Q$ . Eventuální odchylky lze eliminovat zavedením vyšších mocnin  $\log Q$ .

S praktického hlediska musíme ovšem o všem omezit jejich počet. Pro celý teplotní rozsah se ukázalo praktickým zavést dvě funkce, z nichž první platí pro teploty nižší než 5000 grad, druhá pak pro teploty vyšší. První funkce zní

$$\frac{10^8}{T} = 0,4241 + 0,45893 \log Q + 0,016882 \log^2 Q + \delta_1(Q),$$

$Q < 0,30$ .

Tabulka 3  
Korekční tabulka

| $Q$ | $10^8 \delta_1$ | $10^4 \delta_2$ | $Q$  | $10^4 \delta_1$ | $10^4 \delta_2$ | $10^4 \delta_3$ |
|-----|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 30  | 2               | 92              | 1,6  | 2               |                 | -3              |
| 25  | 1               | 34              | 1,4  | 1               |                 | -5              |
| 20  | 0               | 14              | 1,2  | -1              |                 | -8              |
| 18  | 0               | 11              | 1,0  | -5              |                 | -12             |
| 16  | 0               | 8               | 0,95 | -6              |                 | -13             |
| 14  | 0               | 6               | 0,90 | -7              |                 | -13             |
| 12  | 0               | 5               | 0,85 | -7              |                 | -14             |
| 10  | 0               | 4               | 0,80 | -7              |                 | -14             |
| 9,5 | 0               | 4               | 0,75 | -7              |                 | -15             |
| 9,0 | 0               | 4               | 0,70 | -7              |                 | -15             |
| 8,5 | 0               | 4               | 0,65 | -7              |                 | -15             |
| 8,0 | 0               | 4               | 0,60 | -6              |                 | -15             |
| 7,5 | 0               | 4               | 0,55 | -5              |                 | -15             |
| 7,0 | 0               | 4               | 0,50 | -1              |                 | -14             |
| 6,5 | 0               | 4               | 0,45 | 2               |                 | -12             |
| 6,0 | 0               | 4               | 0,40 | 5               |                 | -9              |
| 5,5 | 0               | 4               | 0,35 | 11              |                 | -5              |
| 5,0 | 0               | 4               | 0,30 | 17              |                 | 7               |
| 4,5 | 0               | 4               | 0,25 |                 | 10              | 15              |
| 4,0 | 0               | 4               | 0,20 |                 | 1               | -8              |
| 3,5 | 0               | 4               | 0,18 |                 | 0               | -19             |
| 3,0 | 0               | 3               | 0,16 |                 | 1               | -26             |
| 2,5 | 0               | 0               | 0,14 |                 | 1               | -33             |
| 2,0 | 0               | -2              | 0,12 |                 | 1               | -38             |
| 1,8 | 0               | -2              | 0,10 |                 | 1               | -43             |

Druhá funkce zní

$$\frac{10^3}{T} = 0,4302 + 0,46757 \log Q + 0,008763 \log^2 Q + \delta_2(Q).$$

$Q < 0,30$ .

V těchto rovnicích  $\delta_1$  a  $\delta_2$  jsou malé opravy (vliv vyšších mocnin  $\log Q$ ), jejichž číselná hodnota je obsažena v tabulce 3.

Podle uvedených rovnic byla vypočtena konečná tabulka 4, použitelná přímo v praxi, v níž ke zjištěnému argumentu  $Q$ , jak ho dostaneme z měření, se přiřazuje barevná teplota  $T$ . Podmínkou pro použití tabulky je teplota srovnávacího zdroje  $T_0 = 2360$  grad, a dále dostatečný jas obou polí ve fotometru, aby se zrak pozorovatele ustálil na denní adaptaci.

Tabulka 4  
Barevná teplota při denní adaptaci

| $Q$  | $T$      | $Q$  | $T$       | $Q$   | $T$       |
|------|----------|------|-----------|-------|-----------|
| 10,0 | 1,111 14 | 1,95 | 1,790 17  | 0,46  | 3,690 120 |
| 9,5  | 1,125 15 | 1,90 | 1,807 17  | 0,44  | 3,810 130 |
| 9,0  | 1,140 16 | 1,85 | 1,824 19  | 0,42  | 3,940 150 |
| 8,5  | 1,156 16 | 1,80 | 1,843 20  | 0,40  | 4,090 175 |
| 8,0  | 1,173 17 | 1,75 | 1,863 21  | 0,38  | 4,265 195 |
| 7,5  | 1,192 19 | 1,70 | 1,884 21  | 0,36  | 4,460 225 |
| 7,0  | 1,214 9  | 1,65 | 1,905 23  | 0,34  | 4,685 270 |
| 6,8  | 1,223 9  | 1,60 | 1,928 24  | 0,32  | 4,965 335 |
| 6,6  | 1,242 10 | 1,55 | 1,952 26  | 0,30  | 5,290 180 |
| 6,4  | 1,253 11 | 1,50 | 1,978 27  | 0,29  | 5,470 200 |
| 6,2  | 1,264 11 | 1,45 | 2,005 29  | 0,28  | 5,670 240 |
| 6,0  | 1,273 12 | 1,40 | 2,034 31  | 0,27  | 5,910 270 |
| 5,8  | 1,287 12 | 1,35 | 2,068 33  | 0,26  | 6,180 320 |
| 5,6  | 1,300 13 | 1,30 | 2,098 35  | 0,25  | 6,500 360 |
| 5,4  | 1,313 15 | 1,25 | 2,133 38  | 0,24  | 6,860 440 |
| 5,2  | 1,328 15 | 1,20 | 2,171 41  | 0,23  | 7,300 530 |
| 5,0  | 1,343 16 | 1,15 | 2,212 45  | 0,22  | 7,830 650 |
| 4,8  | 1,359 17 | 1,10 | 2,257 49  | 0,21  | 8,480 810 |
| 4,6  | 1,376 19 | 1,05 | 2,306 54  | 0,20  | 9,290     |
| 4,4  | 1,395 20 | 1,00 | 2,360 59  | 0,195 | 9,740     |
| 4,2  | 1,415 22 | 0,95 | 2,419 65  | 0,190 | 10,250    |
| 4,0  | 1,437 23 | 0,90 | 2,484 71  | 0,185 | 10,850    |
| 3,8  | 1,460 26 | 0,85 | 2,555 85  | 0,180 | 11,500    |
| 3,6  | 1,486 28 | 0,80 | 2,640 90  | 0,175 | 12,300    |
| 3,4  | 1,514 31 | 0,75 | 2,730 105 | 0,170 | 13,250    |
| 3,2  | 1,545 17 | 0,70 | 2,835 45  | 0,165 | 14,350    |
| 3,0  | 1,562 18 | 0,68 | 2,880 50  | 0,160 | 15,700    |
| 2,9  | 1,580 19 | 0,66 | 2,930 60  | 0,155 | 17,450    |
| 2,8  | 1,599 20 | 0,64 | 2,980 60  | 0,150 | 19,650    |
| 2,7  | 1,619 21 | 0,62 | 3,040 60  | 0,145 | 22,600    |
| 2,6  | 1,640 23 | 0,60 | 3,100 65  | 0,140 | 26,700    |
| 2,5  | 1,663 25 | 0,58 | 3,165 70  | 0,135 | 33,000    |
| 2,4  | 1,688 25 | 0,56 | 3,235 75  | 0,130 | 44,000    |
| 2,3  | 1,714 28 | 0,54 | 3,310 80  | 0,125 | 67,000    |
| 2,2  | 1,742 31 | 0,52 | 3,390 90  | 0,120 | 143,000   |
| 2,1  | 1,773 31 | 0,50 | 3,480 100 | 0,115 |           |
| 2,0  | 1,773 17 | 0,48 | 3,580 110 |       |           |

### 11. 6. Újmuva metody pro noční adaptaci

Použití tabulky pro denní adaptaci je omezeno na jasnější zdroje. Mnohdy se však setkáváme se zdroji méně jasnými, nebo uspořádání měření je takové, že nemůžeme dosáhnout dostatečného jasu ve fotometru, takže pracujeme v oboru noční adaptace. Abychom spolehlivěji určili teplotu i za takových poměrů, je nutno vypočítat tabulku pro noční adaptaci.

Mohli bychom postupovat způsobem popsaným v předšlém odstavci, avšak tento postup by byl zdlouhavý a namáhavý. Mnohem snáze dosáhneme téhož výsledku použitím nové funkce, kterou definujeme takto:

$$\log P(T) = \log \frac{\int_0^{\infty} I(\lambda, T) V_n(\lambda) D(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} I(\lambda, T) V_n(\lambda) D(\lambda) d\lambda},$$

kde  $V_n(\lambda)$  je relativní spektrální citlivost oka při denní adaptaci.

$V_n(\lambda)$  je relativní spektrální citlivost oka při noční adaptaci. Funkce takto definovaná zachycuje analytický vliv Purkyňova zjevu při pozorování použitými filtry. S hlediska číselného výpočtu má tu výhodu, že se mnohem méně mění než integrály samy, což je důležité pro interpolaci. Aproximativní vzorec pro tuto funkci zní

$$\text{pro filtr K3:} \quad \log P_1(T) = -0,0115 - 3,8671 \frac{10}{T} - 4,5543 \frac{10^4}{T^2} + A_1(T),$$

$$\text{pro filtr K6:} \quad \log P_2(T) = +0,8092 - 1,9670 \frac{10^2}{T} + 2,3184 \frac{10^4}{T^2} + A_2(T),$$

kde  $A_1(T)$  jsou malé korekce obsahující vliv vyšších mocnin  $\frac{1}{T}$  a mající vliv nanejvýše na třetí místo za desetinnou čárkou.

Tímto způsobem se tedy vyhneme zdlouhavému výpočtu integrálů vlastních a počítáme jednodušší podle

$$\log \int_0^{\infty} I(\lambda, T) V_n(\lambda) D(\lambda) d\lambda + \log P(T),$$

v kterémžto vzorci lze použít již jednou vypočtených hodnot pro denní adaptaci.

Abychom mohli hledanou teplotu nejjednodušší vyjádřit vzorcem tvaru

$$\frac{1}{T} = A + B \log Q + C \log^2 Q + \delta_3(Q)$$

musíme nalezt vztah mezi  $Q$  a  $P(T)$ . Podle definice je

$$\log Q^3 = f_n(T) - f(T_0),$$

kde pro noční adaptaci platí

$$f_n(T) = \log \frac{\int_0^\infty I(\lambda, T) V_n(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty I(\lambda, T) V_n(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda}$$

neboli

$$f_n(T) = \log \int_0^\infty I(\lambda, T) V_n(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda + \log P_1(T) - \\ - \log \int_0^\infty I(\lambda, T) V_n(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda - \log P_2(T),$$

t. j.

$$f_n(T) = f(T) - \log \frac{P_1(T)}{P_2(T)}.$$

Z této rovnice je vidět, že barevný index se při noční adaptaci liší od barevného indexu pro adaptaci denní, což je pochopitelné, uvážíme-li, že jde o měření v poněkud odlišných oborech. Výraz

$$\log \frac{P_1(T)}{P_2(T)} = -1,4207 + 1,5863 \frac{10^2}{T} - 6,8727 \frac{10^4}{T^2} + D_3(T)$$

se mění v rozsahu teplot 1000 až 3000 grad jen málo, z 1,3346 na 1,4238.

Nyní konečně můžeme napsat rovnici pro určení teploty při noční adaptaci.

Zní

$$\frac{10^3}{T} = 0,4249 + 0,43966 \log Q + 0,022380 \log^2 Q + \delta_3(Q),$$

kde  $\delta_3(Q)$  je malá oprava (vliv vyšších mocnin  $\log Q$ ), jejíž číselnou hodnotu obsahuje příložená tabulka 3. Podle svrchu uvedené rovnice byla posléze vypracována tabulka 5 pro měření při noční adaptaci, která ke každému argumentu  $Q$  přirazuje teplotu  $T$ , používáme-li jako srovnávacího zdroje záření barevné teploty  $T_0 = 2360$  grad, a pracujeme-li při stavu noční adaptace, t. j. při plošné fotometrii za jasů menšího než 0,01 asb (pozorováno přes filtr).

## II. 7. Přesnost a meze uvedené metody

Zbývá posoudit přesnost uvedené metody a určit meze, v nichž je použitelná. Pokud jde o číselnou přesnost, byl výpočet všude prováděn na čtyři až pět desetinných míst, což je přesnost více než postačující, v integrálech vystupující Planckova funkce  $I(\lambda, T)$  byla počítána podle exaktního tvaru. Wienovy aproximace bylo použito jen pro malé součiny

$$\lambda T \lesssim \frac{c_2 \log e}{-\log e},$$

kde  $e$  je předepsaná přesnost.

Tabulka 5  
Barevná teplota při noční adaptaci

| $Q$  | $T$   | $Q$  | $T$   | $Q$   | $T$     |
|------|-------|------|-------|-------|---------|
| 30   | 891   | 4,6  | 1,376 | 0,62  | 3,000   |
| 29   | 896   | 4,4  | 1,394 | 0,60  | 3,055   |
| 28   | 902   | 4,2  | 1,413 | 0,58  | 3,115   |
| 27   | 909   | 4,0  | 1,433 | 0,56  | 3,180   |
| 26   | 916   | 3,8  | 1,454 | 0,54  | 3,250   |
| 25   | 923   | 3,6  | 1,478 | 0,52  | 3,325   |
| 24   | 931   | 3,4  | 1,504 | 0,50  | 3,405   |
| 23   | 939   | 3,2  | 1,532 | 0,48  | 3,490   |
| 22   | 947   | 3,0  | 1,562 | 0,46  | 3,585   |
| 21   | 956   | 2,9  | 1,597 | 0,44  | 3,695   |
| 20   | 966   | 2,8  | 1,597 | 0,42  | 3,815   |
| 19,5 | 971   | 2,7  | 1,616 | 0,40  | 3,945   |
| 19,0 | 976   | 2,6  | 1,636 | 0,38  | 4,085   |
| 18,5 | 982   | 2,5  | 1,657 | 0,36  | 4,265   |
| 18,0 | 988   | 2,4  | 1,680 | 0,34  | 4,460   |
| 17,5 | 993   | 2,3  | 1,704 | 0,32  | 4,685   |
| 17,0 | 999   | 2,2  | 1,730 | 0,30  | 4,955   |
| 16,5 | 1,006 | 2,1  | 1,758 | 0,29  | 5,110   |
| 16,0 | 1,013 | 2,0  | 1,788 | 0,28  | 5,270   |
| 15,5 | 1,020 | 1,95 | 1,804 | 0,27  | 5,460   |
| 15,0 | 1,027 | 1,90 | 1,821 | 0,26  | 5,670   |
| 14,5 | 1,035 | 1,85 | 1,839 | 0,25  | 5,900   |
| 14,0 | 1,043 | 1,80 | 1,858 | 0,24  | 6,170   |
| 13,5 | 1,051 | 1,75 | 1,877 | 0,23  | 6,470   |
| 13,0 | 1,060 | 1,70 | 1,897 | 0,22  | 6,830   |
| 12,5 | 1,070 | 1,65 | 1,918 | 0,21  | 7,280   |
| 12,0 | 1,080 | 1,60 | 1,941 | 0,20  | 7,830   |
| 11,5 | 1,090 | 1,55 | 1,965 | 0,195 | 8,140   |
| 11,0 | 1,102 | 1,50 | 2,017 | 0,185 | 8,470   |
| 10,5 | 1,114 | 1,45 | 2,075 | 0,180 | 8,840   |
| 10,0 | 1,127 | 1,40 | 2,107 | 0,175 | 9,260   |
| 9,5  | 1,141 | 1,35 | 2,141 | 0,170 | 9,730   |
| 9,0  | 1,156 | 1,30 | 2,179 | 0,165 | 10,850  |
| 8,5  | 1,172 | 1,25 | 2,219 | 0,160 | 11,550  |
| 8,0  | 1,189 | 1,20 | 2,262 | 0,155 | 12,400  |
| 7,5  | 1,208 | 1,15 | 2,309 | 0,150 | 13,350  |
| 7,0  | 1,230 | 1,10 | 2,360 | 0,145 | 14,550  |
| 6,8  | 1,239 | 1,05 | 2,360 | 0,140 | 16,000  |
| 6,6  | 1,249 | 1,00 | 2,415 | 0,135 | 17,350  |
| 6,4  | 1,259 | 0,95 | 2,480 | 0,130 | 20,300  |
| 6,2  | 1,269 | 0,90 | 2,550 | 0,125 | 23,600  |
| 6,0  | 1,280 | 0,85 | 2,625 | 0,120 | 28,400  |
| 5,8  | 1,292 | 0,80 | 2,710 | 0,115 | 36,000  |
| 5,6  | 1,304 | 0,75 | 2,810 | 0,110 | 50,000  |
| 5,4  | 1,317 | 0,70 | 2,855 | 0,105 | 85,000  |
| 5,2  | 1,331 | 0,68 | 2,900 | 0,100 | 300,000 |
| 5,0  | 1,345 | 0,66 | 2,950 |       |         |
| 4,8  | 1,360 | 0,64 |       |       |         |

Chyby, které by mohly vzniknout odchylkou spektrální křivky použitých filtrů, jsou téměř vyloučeny. Oba filtry K3 i K6 se vyrábějí standardně a jsou opticky kontrolovány, takže výrobky s eventuelní odchylkou jsou zadrženy. U spektrální citlivosti lidského zraku existují těžko zjistitelné odchylky

od normálních hodnot. Ukazuje se však, že vliv takových odchylek na určení barevné teploty podle popsané metody je v oboru technických teplot nevelký. Lze to odhadnout takto: Představme si, že odchylná křivka spektrální citlivosti je podobná co do tvaru křivce normální, ale je posunuta ke kratším nebo delším vlnovým délkám. Takový případ máme u přechodu z denní adaptace na noční, kde tento posuv obnáší asi 455 Å (t. j. plných sedm desetin efektivní šířky visuelního oboru). Stejným  $Q$  odpovídající teploty zjistíme porovnáním obou příslušných tabulek. Sledáme, že od nejnižších měřitelných teplot až asi do 3000 grad tím vzniká odchylka sotva 20 grad, v okolí teploty srovnávacího zdroje pak rozdíl úplně mizí. Protože však u lidí s normálním zrakem budou v praxi odchylky jejich relativní spektrální citlivosti jistě menší než zmíněných 455 Å, můžeme z toho usoudit, že jejich vliv na určení barevné teploty v celém rozsahu technických teplot je prakticky zanedbatelný.

Zkoumejme dále vliv nepřesnosti měření. Vyděme od rovnice

$$10^8 \frac{dQ}{Q} = A + B \log Q + C \log^2 Q.$$

Zde se vyskytuje hodnota  $Q$ , kterou získáme měřením dvou veličin  $Q_1$  a  $Q_2$ . Obě dvě budou jistě zatíženy nevyhnutelnými chybami  $dQ_1$  a  $dQ_2$ , takže výsledná hodnota  $Q$  je určena s relativní nejistotou

$$\frac{dQ}{Q} = \sqrt{\left(\frac{dQ_1}{Q_1}\right)^2 + \left(\frac{dQ_2}{Q_2}\right)^2}.$$

Poměr  $dQ/Q$  ( $i = 1, 2$ ) je úměrný t. zv. fotometrickému kontrastu a závisí — pokud je známo — při plošné fotometrii na úhlové velikosti fotometrovaneho pole a na jasů v tomto poli. Analytický výraz pro vztah těchto veličin udává na příklad M. Berak, avšak zdá se, že jeho výraz, dobře se shodující se skutečně měřenými veličinami u malých jasů, nevyhovuje u větších jasů. Použil jsem raději experimentálních měření König—Brodhunových a Blanchardových, z nichž lze ke každému jasů určit velikost fotometrického kontrastu  $dQ/Q$ , který tak představuje nejistotu při fotometrickém srovnávání.

Pro denní adaptaci musí být jas větší než 1 asb, čehož se dosáhne při daných filtrech u absolutně černého záření za teploty vyšší než 1400 grad. Tehdy je  $dQ/Q_1 = 0,012$  a  $dQ_2/Q_2 = 0,018$ , takže

$$\frac{dQ}{Q} = \pm 0,02.$$

Směrem k vyšším teplotám jas stoupá, takže je pak snadné dosáhnout v poli fotometru nepřiznivějšího jasů kolem 200 asb, kdy fotometrický kontrast je nejmenší a činí asi 0,012, takže

$$\frac{dQ}{Q} = \pm 0,017.$$

Můžeme tedy při denní adaptaci počítat od teploty 1400 grad s fotometrickou nejistotou 0,02.

Při noční adaptaci jsou podmínky mnohem horší. Zde nesmí jas přestoupit hodnotu 0,01 asb, čemuž odpovídá fotometrická nejistota

$$\frac{dQ}{Q} = \pm 0,20.$$

Uvedený jas 0,01 asb má v použitých filtrech při noční adaptaci záření tělesa o teplotě asi 1.000 grad. Pro tělesa méně žhavá se fotometrická nejistota rychle zvedne a prakticky není možné fotometrovat filtry K3 a K6 tělesa chladnější než 900 grad.

Tím, že máme zjištěno  $dQ/Q$ , můžeme určit maximální nejistota v stanovení teploty podle diskutované metody. Diferencováním rovnice

$$10^8 \frac{dQ}{Q} = A + B \log Q + C \log^2 Q$$

dostaneme

$$\left| \frac{dT}{T} \right| = (B + 2C \log Q) \cdot \frac{dQ}{Q} \cdot 10^8 \cdot \log e,$$

kde člen  $2C \log Q$  lze v oboru technických teplot zanedbat, takže číselně dostáváme

$$\frac{dT}{T} \sim \pm 4 \cdot 10^{-6} T.$$

Pro noční adaptaci je tato nejistota asi desetkrát větší.

Přehled relativní a absolutní nejistoty v určení barevné teploty metodou zde popisovanou podává další tabulka 6.

Tabulka 6

Vliv fotometrického kontrastu na určení barevné teploty

| Teplota $T$<br>grad | Adaptace denní |      | Adaptace noční |      |
|---------------------|----------------|------|----------------|------|
|                     | $\frac{dT}{T}$ | $dT$ | $\frac{dT}{T}$ | $dT$ |
| 1000                | —              | —    | 0,04           | 40   |
| 1500                | 0,006          | 9    | 0,06           | 90   |
| 2000                | 0,008          | 16   | 0,08           | 160  |
| 3000                | 0,012          | 36   | 0,12           | 360  |
| 4000                | 0,016          | 64   | 0,16           | 640  |
| 5000                | 0,020          | 100  | 0,20           | 1000 |
| 7000                | 0,028          | 200  | 0,28           | 2000 |
| 10000               | 0,040          | 400  | 0,40           | 4000 |

V obou případech je relativní chyba úměrná měřené teplotě. Prakticky lze při denní adaptaci měřit až do 30 000 grad, při noční adaptaci však již teploty



vyšší než 10 000 grad jsou málo spolehlivé. Jejich přesnějšího určení lze dosáhnout opakovaním měření, což ostatně u visuelní fotometrie je snadno a rychle proveditelné. Jako spodní hranici pro použitelnost metody lze udát 1500 grad při denní adaptaci a 1000 grad při noční adaptaci. V oboru technických teplot kolem 2000 a 3000 stupňů lze očekávat velmi přesné výsledky.

### III. Příklady měření

#### III. 1. Barevná teplota wolframu

Diferenciální metoda pro určení barevné teploty zářících těles byla popřítána za předpokladu, že srovnávací zdroj září jako černé těleso teploty 2360 grad. V běžných fotometrických pracích není možno používat absolutně černého radiátoru — tento případ zůstává stále dosud vyhrazen jen doboře vybaveným fyzikálním laboratorům, a to ještě jen pro nejpřesnější měření — a je proto nutné opatřit pro fotometr náhradní srovnávací zdroj. Jako nejlepší se osvědčuje žárovka s wolframovým vláknem (eventuálně s wolframovým páskem), která za určitých provozních podmínek (napětí a proud) vyslá záření o barevné teplotě 2360 grad. Její pravá teplota je přitom poněkud odlišná, což je způsobeno závislostí emisního koeficientu wolframu na vlnové délce (a také na teplotě). Použijeme-li opět Wienovy aproximace vyzářovacího zářiva, která je postačující pro malé součiny  $\lambda T$ , tedy v oboru technických teplot, pak intenzita záření vlnové délky  $\lambda$  je dána výrazem

$$I(\lambda, T) = E(\lambda, T) 2c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$$

Otázkou nyní je, zda lze pro záření tělesa s emisním koeficientem  $E(\lambda, T)$  nalézt barevnou teplotu jednoznačně, a dále, jaký vztah existuje mezi barevnou teplotou  $T_c$  a pravou teplotou  $T$ .

Jestliže takový vztah existuje, pak právě zmíněná rovnice představuje na své levé straně Wienův zákon pro záření tělesa o teplotě  $T_c$  a platí proto

$$e^{-\frac{c_2}{\lambda T_c}} = E(\lambda, T) e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$$

Tato rovnice poskytuje závislost pro emisní koeficient  $E(\lambda, T)$ , jaká musí být splněna, má-li existovat jednoznačná barevná teplota  $T_c$ . Logaritmováním a malou úpravou dostaneme z uvedené rovnice

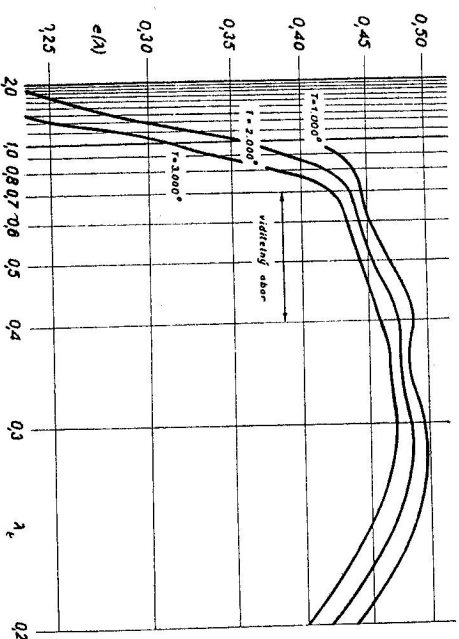
$$\ln E(\lambda, T) = \frac{1}{\lambda} c_2 \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_c} \right)$$

Vyhovuje-li tedy emisní koeficient vztahu

$$E(\lambda, T) = e^{\frac{\text{const.}}{\lambda}},$$

pak záření takového tělesa má tutéž barvu, jako záření absolutně černého tělesa o teplotě  $T_c$ . Pro celou řadu kovů je tato podmínka splněna především

ve visuelním oboru. Mezi takové kovy patří na příklad molybden, osmium, platina, tantal, wolfram a jiné. Poznáme to snadno, naneseme-li v grafu logaritmus emisního koeficientu v závislosti na  $\frac{1}{\lambda}$ : je-li splněna podmínková rovnice, má závislost obou veličin lineární průběh. Jako příklad uvádím emisní



Obr. 4. Spektrální emise wolframu.

koeficient wolframu. Z něho je patrné, že ve visuelním oboru mezi 4900 až 6050 Å a pro teploty mezi 1000 až 3000 grad (pokud měření sahají) je podmínkový vztah doboře splněn. Podle sklonu lze pak vypočítat barevnou teplotu

$$\frac{1}{T_c} = \frac{1}{T} - \frac{E(\lambda_1, T)}{E(\lambda_2, T)} \cdot \frac{1}{c_2} \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)$$

Pro visuelní obor tak vycházejí teploty shodné s obecně uznávanými údaji Forsythovými. Uvádím je v další tabulce 7.

Snadno nalezneme, že barevné teplotě wolframu  $T_c = 2360$  grad odpovídá pravá teplota  $T = 2313$  grad.

Provedeme-li výpočet barevné teploty pro dvě izolované vlnové délky  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$ , jako je tomu v našem případě, kdy užíváme filtrů s úzkým oborem propustnosti, dostaneme t. zv. diferenciální barevnou teplotu  $T_c'$ , která se od barevné teploty  $T_c$  liší v širším spektrálním oboru (zpravidla ve visuelní části) může lišit. V oborech filtrů K3 a K6 tomu skutečně tak je. Pro ně má wolfram svrchu uvedené teploty diferenciální barevnou teplotu

$$T_c' = 2336 \text{ grad.}$$

Tabulka 7

Barevná teplota wolframu

| $T$   | $T_e$ |
|-------|-------|
| 1,000 | 1,016 |
| 1,200 | 1,210 |
| 1,400 | 1,414 |
| 1,600 | 1,619 |
| 1,800 | 1,825 |
| 2,000 | 2,033 |
| 2,200 | 2,242 |
| 2,400 | 2,451 |
| 2,600 | 2,664 |
| 2,800 | 2,878 |

## III. 2. Oprava teplotních tabulek pro wolframový srovnávací zdroj

Podle předějšího má standardní wolframový zdroj visusální barevné teploty 2360 grad pozorován filtry K3 a K6 diferenciální barevnou teplotu 2336 grad. Vzniká otázka, jaký vliv má rozdíl těchto 24 grad na měření teploty postupem naší metody. To nahlédneme tímto způsobem:

Pro stručnost označme písmenem  $I$  integrály typu

$$\int_0^{\infty} I(\lambda, T) V(\lambda) D(\lambda) d\lambda.$$

Provádíme-li fotometrické měření se zdrojem odlišné teploty  $T'_0$ , pak platí

$$Q'(T) = \frac{I_1(T)}{I_2(T'_0)} = \frac{I_1(T)}{I_2(T)} \cdot \frac{I_2(T'_0)}{I_2(T'_0)}.$$

Avšak naše tabulky byly propočítány pro měření se zdrojem o barevné teplotě  $T'_0$  ve tvaru

$$Q(T) = \frac{I_1(T) \cdot I_2(T'_0)}{I_1(T'_0) \cdot I_2(T)} = \frac{I_1(T)}{I_2(T)} \cdot \frac{I_2(T'_0)}{I_1(T'_0)}.$$

Srovnáním obou rovnic plyne ihned vztah

$$Q(T) = Q'(T) \cdot \frac{I_1(T'_0) \cdot I_2(T'_0)}{I_2(T'_0) \cdot I_1(T'_0)} = Q'(T) \cdot Q(T'_0).$$

To znamená: jestliže chci určit teplotu měřeného zdroje podle zde vypočítaných tabulek, ale používám jiného srovnávacího zdroje než černého tělesa o teplotě 2360 grad, musím změřené  $Q(T)$  násobit konstantou  $Q(T'_0)$ .

V případě wolframové žárovky je pro denní i noční adaptaci

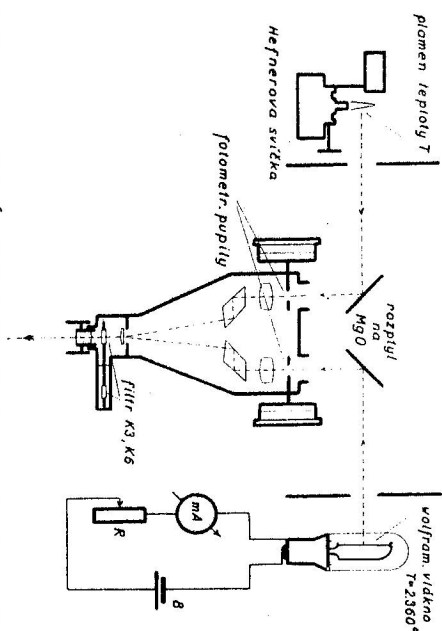
$$Q(T'_0) = 1,023,$$

takže na absolutně černé těleso redukované  $Q(T)$  je

$$Q(T) = 1,023 \cdot Q'(T).$$

## III. 3. Barevná teplota Heřnerovy normálové lampy

Vhodným objektem k překoušení vypracované optické metody pro určování barevných teplot je světelná normála realizovaná Heřnerovou lampou. Uspořádání, jak jsem ho použil k měření, je patrné z příloženého obrázku 5.



Obr. 5. Experimentální uspořádání při měření barevné teploty wolframu.

Světlo plamene Heřnerovy lampy dopadalo na stínítko s vrstvou  $MgO$ , čímž se dosáhlo neselektivní rovnoměrné difuze. Tato destička osvětlovala jedno pole, resp. jednu polovinu pole plošného fotometru Putzrichova. Druhá polovina byla osvětlena na druhé destičce světlým wolframové lampy, kalibrované  $PTR$  v Berlíně tak, aby při určitých provozních podmínkách měla efektivní barevnou teplotu 2360 grad. Předepsaného elektrického proudu bylo dosaženo předřazením reostatů a byl kontrolován citlivým miliampérmetrem. Osvětlení obou destiček bylo zvoleno přibližně stejné, totiž 40 asb. Optické filtry a ztráty světla ve fotometru snížily tuto hodnotu až na hranici noční adaptace. Pole fotometru mělo úhlový průměr  $10^\circ$ . Měření bylo provedeno v zatěmněné místnosti, aby zraková adaptace zůstávala nezměněná.

Rada násobných měření dala jako výsledek

$$Q'(T) = 1,835(1 \pm 0,011).$$

Vzhledem k odehlyce diferenciální barevné teploty wolframu od perfektního záření násobíme — podle předějšího odstavce — tuto hodnotu koeficientem 1,023, čímž obdržíme

$$Q(T) = 1,878(1 \pm 0,011).$$

K tomuto číslu nalezneme z tabulky pro měření při noční adaptaci:

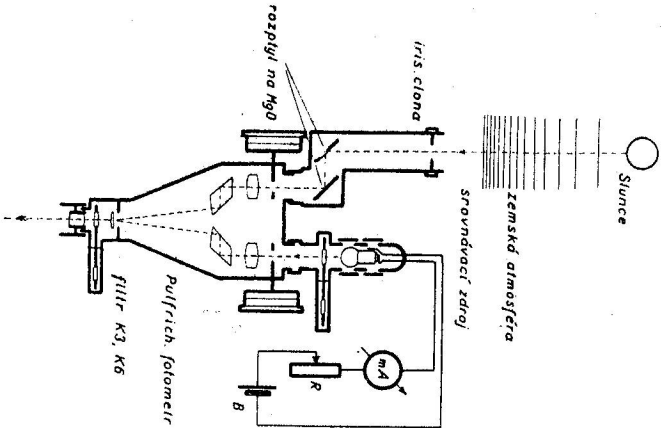
$$T_e = 1830 \pm 8 \text{ grad.}$$

což je barevná teplota plamene Hefnerovy lampy, určená metodou zde popisovanou. Obdrženy výsledky velmi dobře souhlasí s měřeními ostatních autorů, jak patrně z připojeného přehledu:

| autor          | literatura                  | abs. teplota grad | změřená |
|----------------|-----------------------------|-------------------|---------|
| Angström K.,   | Phys. Rev. 17, 302, 1903    | 1830              | 1830    |
| Leder E.,      | Phys. Zs. 5, 486, 1904      | 1830              | 1830    |
| Becker A.,     | Ann. d. Phys. 60, 297, 1919 | 1830              | 1830    |
| Senfleben H.,  | Ann. d. Phys. 60, 297, 1919 | 1850              | 1850    |
| Benedict E.,   | Ann. d. Phys. 76, 385, 1925 | 1840              | 1840    |
| Valentiner S., |                             |                   |         |
| Rössinger M.,  |                             |                   |         |

### III. 4. Ostatní příklady uvedené metody

Popsanou metodou lze určit barevnou teplotu u všech zářících těles se spojitým spektrem, tedy především u látek pevných a tekutých. Avšak v principu lze takto stanovit též teplotu



plynových vrstev, je-li jejich optická hloubka dostatečně velká. Jako příklad uvedeme měření teploty Slunce v integrálním záření, což znamená podle záření ze všech viditelných částí slunečního kotouče. To nutno podotknout proto, poněvadž záření z obvodu slunečního kotouče při stejné optické hloubce pochází z vrstev ležících blíže povrchu a je zřetelně chladnější. K měření bylo opět použito Pulfrichova plošného fotometru. Srovnávacím zdrojem zde byla malá fotometrická lampička s wolfrámovým vláknem. Její záření jsem předtím vyreguloval v laboratoři tak, aby za daných provozních podmínek měla efektivní barevnou teplotu 2360 grad. Záření této žárovky procházelo před vstupem do vlastního fotometru leptanou matnicí, čímž se dosáhlo rovnoměrného jasů kolem 100 asb. Potíž byla se slunečním světlem, které způsobuje osvětlení desetkrát větší, a které

proto muselo být před vstupem do fotometru o tuto hodnotu neselektivně zeslabeno. Použití t. zv. neutrálních filtrů bylo s ohledem na jejich možnou selektivitu vyloučeno. Zkonstruoval jsem proto jednoduché a zcela neselektivní záření, které pak bez obtíží dovolovalo dosáhnout libovolného zeslabení. Rovnoběžný svazek slunečních paprsků byl vpuštěn regulovatelnou clonou do tmavé trubice, na jejímž druhém konci byla destička potažená vrstvou MgO. Ta dopadající světlo velmi rovnoměrně rozptylovala. Postupným otvorením ve stěně trubice část tohoto světla dopadala na další, stejně upravenou destičku. Zde nastal další rozptyl. Odtud teprve vystupovalo světlo do fotometru. Tak se podařilo dosáhnout osvětlení kolem 100 asb, tedy srovnatelného se světlem žárovky. Jas pole ve fotometru byl menší než 0,1 asb, takže bylo měřeno téměř při noční adaptaci (zvýšit jas se nepodařilo pro malý světelný proud použité žárovky).

Aniž zabíhám do podrobností, uvádím jen výsledek takových měření. Ukázalo se, že integrální záření Slunce, jak je pozorujeme při zemském povrchu po průchodu zemskou atmosférou, má při zenitové vzdálenosti 50° barevnou teplotu

$$T_e = 5520 \pm 50 \text{ grad.}$$

$$z = 50^\circ$$

Známe-li transmisní koeficienty zemské atmosféry pro záření v oborech obou filtrů, lze vliv zemské atmosféry eliminovat. Jako výsledek dostaneme barevnou teplotu integrálního záření Slunce mimo zemskou atmosféru hodnotou  $6100 \pm 85 \text{ grad}$ . Dále můžeme odstranit vliv absorpčních čar ve spektru, čímž dostaneme barevnou teplotu čisté spojitého spektra Slunce, tedy hodnotu, která se nejvíce blíží pravé termodynamické teplotě, a to  $6470 \pm 100 \text{ grad}$ . Toto číslo opět souhlasí s výsledky nejčistších astronomických měření a potvrzuje nám spolehlivost popsané metody, která proti ostatním astronomickým metodám je velmi rychlá a jednoduchá.

Jako další příklad použitelnosti metody uvedeme měření barevné teploty denní oblohy. Zde nejvíce vynikne rozdíl mezi pravou a barevnou teplotou, a jasně poznáme, že barevná teplota může být v extrémních případech velmi odlišná od termodynamické teploty, a je tedy jedním číselným indexem barvy.

Světlo oblohy je selektivně rozptýleným světlem slunečním. Rozptyl nastává v čisté atmosféře na molekulách vzduchu. V nižších vrstvách k tomu přistupují kapénky vodní páry a kouřové i prachové částice. Pokud jsou rozptylující částice malé, řídí se rozptyl známým zákonem Rayleighovým, podle něhož je vyhasínání pro krátkovlnné záření silnější než pro dlouhovlnné. Energie extinkce pohlcená se objeví v intenzitě rozptýleného záření. Je-li tudíž největší extinkce pro krátkovlnné záření, očekáváme, že intenzita rozptýleného záření rovněž bude vzrůstat směrem ke krátkým vlnám. Že tomu

Obr. 6. Experimentální uspořádání při měření barevné teploty celkového záření Slunce.

tak je, ukazuje již modrá barva oblohy. Úsilně to lze udat na příklad tak, že přirovnáme rozložení ve spektru oblohy k relativnímu rozložení intenzity ve spektru žhavého tělesa, jak se často děje. Měření, která jsem za tímto účelem provedl, ukazují, že při vyjimečně čisté obloze je její barevná teplota kolem 16 000 grad (pro naše zeměpisné šířky a nadmořskou výškou 200 m, ve vyšších polohách by tato hodnota jistě vystoupila). Vliv mlhy je velmi patrný, i při zcela slabé mlze klesala barevná teplota na 7000 grad a při silné dokonce na 5600 grad. Výzkum barvy mraků provedený stejnou metodou ukázal, že rozptylují sluneční světlo zcela neselektivně a mají barevnou teplotu kolem 5500 grad.

Těchto několik příkladů jasně ukazuje široké pole působnosti a upotřebitelnosti vypracované metody.

### Závěr

Při vypracování popsané metody se ukázaly další vývojové možnosti tohoto oboru, a to především ve dvou směrech:

1. Ačkoliv zvolené optické filtry K3 a K6 jsou v zeissovském provedení bezvadné a pro dané účely zcela vyhovující, je přesto možné v dalších aplikacích použít kovových interferenčních filtrů. Důvodem k tomu je značné zjednodušení výpočtů vedoucích posléze k sestavení teplotních tabulek. Bylo by ovšem nutné vybrat naprosto bezvadné filtry bez nejmenších vad a dbát na rovnoběžný a kolmý průchod světelného svazku takovým filtrem.

2. Bylo by možné tuto vizuální metodu modifikovat na metodu automatickou bez zásahu pozorovatele. Receptorem by pak musely být fotoelektrické nasobíče, které v dnešním provedení dosahují absolutní citlivosti lidského zraku. Vyhodou — kromě automaticky — by bylo zvýšení rychlosti měření. Souhrnně lze na závěr říci: V předcházejících státech popsaná metoda optického měření vysokých teplot za použití dvou barevných filtrů a vyzkoušená na vybraných příkladech vyniká nenákladností, rychlostí a spolehlivostí tak, že lze očekávat její snadnou použitelnost v technické praxi.

## MESSTUNGEN DER HOHEN TEMPERATUREN DURCH FARBFILTRER

Z. BOCHNIČEK

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die optischen Messungen der hohen Temperaturen, bei denen die Strahlung des untersuchten Strahlers messbar ist. Der erste Teil bietet einen Überblick der bisher benutzten Methoden. Der zweite Teil enthält die vom Verfasser ausgearbeitete neue visuelle Methode. Sie besteht im Prinzip aus zwei photometrischen Vergleichen  $Q_1$  und  $Q_2$  der Leuchtdichte des untersuchten Strahlers mit einer Ver-

gleichsquelle. Die Messungen sind in begrenzten Spektralbereichen durchzuführen. Die Spektralbereiche sind durch Farbfilter K3 und K6 der Firma Zeiss definiert. Als Vergleichsquelle wurde eine elektrische Lampe benutzt, deren Farbtemperatur auf 2360 grad eingestellt wurde. Das Verhältnis  $Q = Q_1/Q_2$  ist eine eindeutige Funktion der absoluten Temperatur. Diese Funktion ist hier analytisch erforscht, diskutiert und schliesslich in Form einer Tabelle  $Q = f(T)$  veröffentlicht. Da der Adaptationszustand des Auges hier auch eine bedeutsame Rolle spielt, ist die Funktion  $f(T)$  wie für die Tagesadaptation (Leuchtdichte  $> 30$  asb), so auch für die Nachtadaptation (Leuchtdichte  $< 0,01$  asb) berechnet. Im dritten Teil der Arbeit sind verschiedene Messungen (Farbtemperatur der Heiherkerze, der Sonne und des Tageshimmels) als Beispiele dieser Methode angegeben. Ausserdem ist noch eine kleine Korrektur der Farbtemperatur von Wolframsstrahlung angegeben. Die gebotenen Vorteile dieser neuen Methode (Schnelligkeit, Zuverlässigkeit und grosse Genauigkeit) können auch in der technischen Praxis einen nutzbaren Beifall finden.