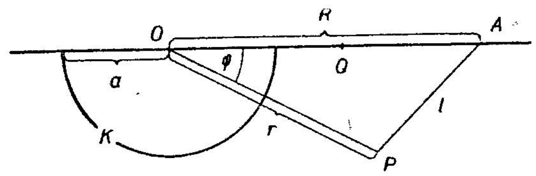
VPLYV POLGUĽOVEJ POVRCHOVEJ INHOMOGENITY NA UMELÉ GEOELEKTRICKÉ PRÚDOVÉ POLE

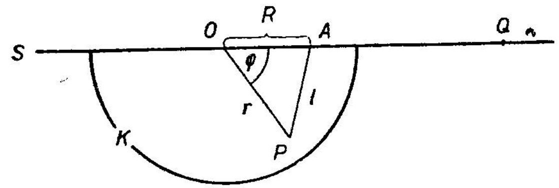
TIBOR KOLBENHEYER

Vyšetrovanie vplyvu povrchových inhomogenít na výsledky geoelektrických odporových meraní má pre aplikovanú geoelektrinu bezprostredný praktický význam. V zahraničnej a zvlášť v sovietskej literatúre sa preto tejto otázke venuje mnoho pozornosti. Pri jej teoretickom riešení sa prirodzene nemožno obísť bez určitej geometrickej schematizácie tvaru skúmaných



Obr. 1

inhomogenít, pričom sa pochopiteľne volia pokiaľ možno geometricky najjednoduchšie tvary a pre ďalšie zjednodušenie sa tieto uvažujú v mnohých prípadoch buď ako dokonale vodivé, alebo ako dokonale nevodivé. Z geometrických tvarov prichádzajú do úvahy predovšetkým tvary guľové, najmä pokiaľ ide o schematizáciu lokálnych, všestranne obmedzených inhomogenít.



Obr. 2

Tvar pologule ohraničenej zvrchu rovinou zemského povrchu (v obr. 1 a 2), ktorý by v mnohých prípadoch mohol byť priliehavejší a dá sa pritom aj teoreticky pomerne jednoducho zvládnuť, rieši sa len pre prípad, keď niektorá sýtna elektróda je v strede pologule. Preto bolo potrebné túto otázku rozobrať podrobnejšie a nájsť jej všeobecné riešenie.

Na obr. 1 a 2 K znamená uvažovanú pologuľu o strede O a o polomere a,

A sýtnu elektródu, P ľubovoľný bod polopriestoru pod rovinou zemského povrchu S. Bod P môže byť v oboch prípadoch buď vo vnútri pologule K, kde špecifický odpor je ϱ_2, alebo v okolitom prostredí špecifického odporu ϱ_1. Vo všetkých prípadoch je sýtna elektróda A na zemskom povrchu S, avšak v prvom (obr. 1) mimo pologule ($R > a$), v druhom (obr. 2) na nej ($R < a$).

Potenciál prúdového poľa V musí v oboch prípadoch vyhovovať Laplaceovej rovnici a okrem toho tiež ďalším okrajovým podmienkam:

1. Ak V_2 znamená potenciál vo vnútri K, V_1 potenciál vo vonkajšej oblasti polopriestoru, musí byť na povrchu pologule K

$$(V_2)_a = (V_1)_a \quad \frac{1}{\varrho_1}\left(\frac{\partial V_1}{\partial r}\right)_a = \frac{1}{\varrho_2}\left(\frac{\partial V_2}{\partial r}\right)_a.$$

2. Ak n znamená normálu v ľubovoľnom bode roviny S, na celej tejto rovine platí:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 0.$$

3. V blízkosti bodu A prechádza V v potenciál bodového zdroja, t. j.

$$V \to \frac{I\varrho}{2\pi l} + \text{konšt} = \frac{q}{l} + \text{konšt},$$

kde ϱ je špecifický odpor toho prostredia, v ktorom sa nachádza bod A (t. j. buď $\varrho = \varrho_1$ alebo $\varrho = \varrho_2$).

Riešenie vytýčeného problému sa dá ľahko odvodiť z riešenia pre homogénny priestor s guľovou vložkou, pretože v tomto prípade pole je súmerné podľa ľubovoľnej roviny S preloženej bodom A a stredom gule C a podmienka 2. je v každom bode takejto roviny splnená, kým podmienky 1. sú splnené na celom povrchu gule a podmienka 3. platí v tvare:

$$V \to \frac{I\varrho}{2\pi l} + \text{konšt} = \frac{q}{l} + \text{konšt}.$$

Pri sýtení v ľubovoľnom vonkajšom bode A sa dá potenciál vo vonkajšej oblasti vyjadriť nekonečným radom [2]

$$V_1 = \frac{q}{l} + q(\varkappa - 1)\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n a^{2n+1}}{[(n+1)\varkappa + n]\, R^{n+1}\, r^{n+1}} P_n(\cos\varphi) \tag{1}$$

a potenciál V_2 vo vnútri gule radom

$$V_2 = \frac{q}{R} + q\varkappa \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)\, r^n}{[(n+1)\varkappa + n]\, R^{n+1}} P_n(\cos\varphi), \tag{2}$$

kde $P_n(\cos\varphi)$ znamená n-tý Legendreov polynóm a $\varkappa$ pomer špecifických odporov $\varrho_2 : \varrho_1$.

V prípade polguľovej inhomogenity teda pri vonkajšom sýtení (v bode A na obr. 1) platia vzorce (1) a (2), pričom však

$$q = \frac{I\varrho_1}{2\pi}. \tag{3}$$

Prvý z nich platí pri $r \geqq a$, druhý pri $r \leqq a$.

Skúmajme teraz potenciál v ľubovoľnom vonkajšom bode Q spojnice OA. Túto spojnicu zvolíme za súradnú os x, kladúc počiatok do bodu O a orientujúc túto os tak, aby jej kladný smer súhlasil so smerom OA. Kladieme $OQ = x(|x| \geqq a)$, pričom x je kladné alebo záporné podľa toho, či bod Q leží na kladnej alebo zápornej časti osi x. Podľa toho však treba potom tiež klásť vo vzorcoch (1) a (2) $\cos\varphi = 1$, resp. $\cos\varphi = -1$. Ak prihliadame ku známym vlastnostiam Legendrových polynómov

$$P_{n(1)} = 1, \quad P_{n(-1)} = (-1)^n,$$

pre potenciál v ľubovoľnom vonkajšom bode Q na osi OA dostávame zo vzorca (1)

$$V_1 = \frac{q}{|R - x|} \pm q(\varkappa - 1)\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot a^{2n+1}}{[(n+1)\varkappa + n]\, R^{n+1} x^{n+1}}, \tag{4}$$

kde kladné znamienko pred sumačným znakom platí, ak je $x > 0$, záporné, ak $x < 0$.

Tým istým spôsobom dostávame pre body osi x, ležiace vo vnútornej oblasti $|x| \leqq a$ zo vzorca (2):

$$V_2 = \frac{q}{R} + q\varkappa \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)\, x^n}{[(n+1)\varkappa + n]\, R^{n+1}}. \tag{5}$$

(Znamienko pred súčtom je tu nezávislé od znamienka x.) Keďže v dôsledku okrajových podmienok vzorec (1) prechádza identicky vo vzorec (2) pri $r = a$, aj vzorce (4) a (5) dávajú tú istú hodnotu pre potenciál v oboch bodoch $x = \pm a$.

Vzorcami (1) až (5) sme v podstate vyriešili otázku prúdového poľa vznikajúceho pri polguľovej inhomogenite, ak ide o vonkajšie sýtenie. Pre úplné riešenie však treba odvodiť tiež príslušné vzorce pre potenciál v oboch oblastiach pri vnútornom sýtení, t. j. pre prípad $R < a$. Situáciu v tomto prípade znázorňuje obr. 2, kde A je opäť bod sýtenia a P ľubovoľný bod polopriestoru ohraničeného zemským povrchom S. Bod P môže ležať buď vo vnútri pologule K (ako znázorňuje obrázok), alebo vo vonkajšej oblasti.

Potenciál vo vonkajšej oblasti hľadáme v tvare nekonečného radu:

$$V_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{r^{n+1}} P_n(\cos\varphi),$$

vo vnútri pologule v tvare:

$$V_2 = \frac{q'}{l} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^n P_n(\cos\varphi),$$

kde A_n, B_n a q' sú konštanty, ktorých hodnoty zistíme z okrajových podmienok. Vzhľadom na známe základné vlastnosti guľových funkcií vyjadrených vzťahmi:

$$\Delta \frac{P_n(\cos\varphi)}{r^{n+1}} = \Delta r^n P_n(\cos\varphi) = \Delta\left(\frac{1}{l}\right) = 0,$$

obe funkcie V_1 a V_2 vyhovujú Laplaceovej diferenciálnej rovnici, teda je:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = 0.$$

Ľahko sa presvedčíme, že obe tieto funkcie splňujú tiež okrajovú podmienku na rovine S, pretože vykazujú rotačnú symetriu okolo osi OA. Funkciu $\frac{1}{l}$ môžeme rozložiť v rad podľa guľových funkcií známym spôsobom takto:

$$\frac{1}{l} = (r^2 + R^2 - 2rR\cos\varphi)^{-\frac{1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r^n}{R^{n+1}} P_n(\cos\varphi),$$

ak $r < R$, prípadne

$$\frac{1}{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R^n}{r^{n+1}} P_n(\cos\varphi),$$

ak je $r > R$. Preto v poslednom prípade môžeme tiež písať:

$$V_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{q'R^n}{r^{n+1}} + B_n r^n\right) P_n(\cos\varphi)$$

a rad na pravej strane tejto rovnice konverguje tiež pri $r = a$. Z okrajových podmienok na ploche K vyplýva najprv vzťah:

$$\frac{q'R^n}{a^{n+1}} + B_n a^n = \frac{A_n}{a^{n+1}}. \qquad (6)$$

Ďalšiu rovnicu pre A_n a B_n dostávame porovnaním hodnôt parciálnych derivácií V_1 a V_2 podľa r pri $r = a$. Je totiž:

$$\frac{\partial V_1}{\partial r} = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)A_n}{r^{n+2}} P_n(\cos\varphi),$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial r} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[-\frac{(n+1)q'R^n}{r^{n+2}} + nB_n r^{n-1}\right] P_n(\cos\varphi)$$

a z podmienky:

$$\varkappa\left(\frac{\partial V_1}{\partial r}\right)_{r=a} = \left(\frac{\partial V_2}{\partial r}\right)_{r=a}$$

vyplýva rovnica:

$$\frac{(n+1)q'R^n}{a^{n+2}} - nB_n a^{n-1} = \frac{(n+1)\varkappa A_n}{a^{n+2}}. \qquad (7)$$

Hodnoty konštánt A_n a B_n dostávame riešením rovníc (6) a (7):

$$A_n = \frac{(2n+1)q'R^n}{(n+1)\varkappa + n},$$

$$B_n = -\frac{(n+1)(\varkappa-1)q'R^n}{[(n+1)\varkappa + n]a^{2n+1}}. \qquad (8)$$

Vzhľadom na to, že sýtime teraz v bode voľného povrchu prostredia o špecifickom odpore ϱ_2, musí v bezprostrednej blízkosti tohto (t. j. pri $l \to 0$) potenciálova funkcia:

$$V_2 \sim \frac{q'}{l} + \text{konšt};$$

prejsť vo funkciu:

$$V_2 \sim \frac{I\varrho_2}{2\pi l} + \text{konšt},$$

musí teda byť:

$$q' = \frac{I\varrho_2}{2\pi} = \varkappa \cdot \frac{I\varrho_1}{2\pi} = \varkappa q. \qquad (9)$$

Pre potenciálové funkcie V_1 a V_2 platia teda vzorce:

$$V_1 = \varkappa q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)R^n}{[(n+1)\varkappa + n]r^{n+1}} P_n(\cos\varphi), \qquad (10)$$

$$V_2 = \varkappa q\left\{\frac{1}{l} - (\varkappa-1)\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1).R^n r^n}{[(n+1)\varkappa + n]a^{2n+1}} P_n(\cos\varphi)\right\}. \qquad (11)$$

V špeciálnom prípade, ak sýtime v strede pologule, je $R = 0$, $l = r$, a preto:

$$V_1 = \frac{q}{r}P_0(\cos\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)R^n}{[n+1)\varkappa + n]r^{n+1}} P_n(\cos\varphi) = \frac{q}{r}$$

a podobne

$$V_2 = \frac{\varkappa q}{r} - \frac{q(\varkappa-1)}{a} P_0(\cos\varphi) = \frac{\varkappa q}{r} - \frac{q(\varkappa-1)}{a}.$$

Podobne ako v prípade vonkajšieho sýtenia môžeme sa aj teraz obmedziť na priebeh potenciálu pozdĺž spojnice OA, ktorú zvolíme za súradnú os x, orientujúc ju smerom z bodu O k bodu A. Ľubovoľný bod tejto osi bude mať potom kladnú alebo zápornú súradnicu x, podľa toho, či leží na tej istej strane (od stredu O) ako bod sýtenia A alebo na opačnej strane. Kladúc vo vzorci $P_n(1) = 1$, $P_n(-1) = (-1)^n$, $r = \pm x$, pre potenciál V_1 dostávame vzorec:

$$V_1 = \pm \frac{\varkappa q}{x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1) R^n}{[(n+1)\varkappa + n] x^n}, \tag{12}$$

kde kladné znamienko platí pre $x > 0$, záporné pre $x < 0$, pričom v každom páde je $|x| \geqq a$.

Podobným postupom možno zo vzorca (11) odvodiť vzorec pre potenciál V_2 v ľubovoľnom bode osi x platný pri $|x| \leqq a$:

$$V_2 = \varkappa q \left\{ \frac{1}{|R - x|} - (\varkappa - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1) R^n x^n}{[(n+1)\varkappa + n] a^{2n+1}} \right\}. \tag{13}$$

Nezaoberali sme sa doteraz ešte otázkou konvergencie odvodených radov. Ak vylúčime prípad $R = a$ (sýtenie na povrchu K) táto otázka je veľmi jednoduchá. Vzhľadom na známu vlastnosť Legendrových polynómov:

$$P_n(\cos \varphi) \leqq 1$$

konverguje rad na pravej strane vzorca (1) [a spolu s ním rad (4)] absolútne pri všetkých hodnotách φ ak:

$$\frac{a^2}{R \, . \, r} < 1, \quad \text{t. j.} \quad r > \frac{a^2}{R} \quad \text{resp.} \quad |x| > \frac{a^2}{R},$$

kým rady (2) a (5) konvergujú pri $r < R$, prípadne $|x| < R$. Práve tak možno dokázať, že rady (10) a (12) konvergujú absolútne a nezávisle od φ pri:

$$r > R \text{ resp. } |x| > R$$

a rady (11) a (13) pri

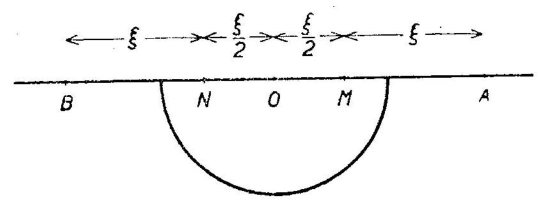
$$r < \frac{a^2}{R} \quad \text{resp.} \quad |x| > \frac{a^2}{R}.$$

Pri vylúčení prípadu sýtenia na ploche K konverguje teda každý z týchto radov v oblasti, pre ktorú platia príslušné vzorce, ktoré sme odvodili pre potenciál. To isté však platí aj o konvergencii radov vznikajúcich derivovaním radov pre V_1 a V_2 podľa r, či už ide o sýtenie vo vonkajšom alebo vo vnútornom bode a správnosť postupu, ktorý sme volili, sa tým dodatočne potvrdzuje.

Z hľadiska niektorých, v praxi používaných usporiadaní elektród, kde vzdialenosť medzi potenciálovými elektródami je malá v porovnaní so vzdialenosťou sýtnych elektród a priemerom inhomogenity majú význam aj derivácie radov (4), (5), (12) a (13) podľa premennej x. Pri vonkajšom sýtení je:

$$\frac{dV_1}{dx} = q \frac{R - x}{|R - x|^3} \mp q \frac{\varkappa - 1}{x} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) n a^{2n+1}}{[(n+1)\varkappa + n] R^{n+1} x^{n+1}},$$

$$\frac{dV_2}{dx} = q\varkappa \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2n+1) x^{n-1}}{[(n+1)\varkappa + n] R^{n+1}}, \tag{14a}$$



Obr. 3

pri vnútornom sýtení:

$$\frac{dV_1}{dx} = \mp \frac{\varkappa q}{x^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)(2n+1) R^n}{[(n+1)\varkappa + n] x^n},$$

$$\frac{dV_2}{dx} = \varkappa q \left\{ \frac{R - x}{|R - x|^3} - (\varkappa - 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1) R^n x^{n-1}}{[(n+1)\varkappa + n] a^{2n+1}} \right\}. \tag{14b}$$

Z veľkého počtu prakticky možných a zaujímavých prípadov ako príklad na použitie odvodených vzťahov uvedieme vzorce pre zdanlivý špecifický odpor pri sondovaní Wennerovou a Schlumbergerovou metódou, ak stred sondáže je v bode O. Za jednotku dĺžky volíme polomer a.

Pri sondovaní podľa Wennerovej schémy (obr. 3) označme vzdialenosť potenciálových elektród $MN = \xi$ $(= AM = NB)$. Je teda:

$$R = \frac{3}{2} \xi, \qquad x = \frac{1}{2} \xi,$$

a ak ξ vzrastá postupne od $\xi = 0$ ku $\xi \to \infty$, postup možno rozdeliť na tri etapy. V prvej etape je $\xi < \frac{2}{3}$ (vnútorné sýtenie) a tu potenciálový rozdiel $V_M - V_N$ odvodzujeme zo vzorca (13). Jednoduchou úvahou dostávame vzťah:

$$V_M - V_N = \frac{\varkappa q}{\xi} - 6\varkappa(\varkappa - 1) q \xi^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{2n} \frac{(n+1) \xi^{4n}}{2(n+1)\varkappa + 2n + 1},$$

a preto pre zdanlivý špecifický odpor $\bar{\varrho}$ platí vzorec:

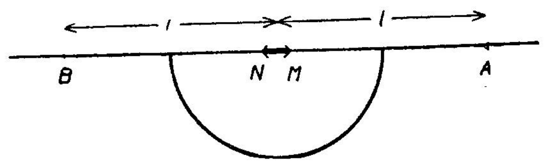
$$\bar{\varrho} = \varrho_2 \left[1 - 6(\varkappa - 1)\, \xi^3 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{2n} \frac{(n+1)\,.\,\xi^{4n}}{2(n+1)\,\varkappa + 2n + 1}\right].$$

V druhej etape je:

$$\frac{2}{3} < \xi < 2$$

(ide teda o vonkajšie sýtenie) a pri výpočte potenciálového rozdielu na elektródach M a N vychádzame zo vzorca (5). Dostávame:

$$V_M - V_N = \frac{8q\varkappa}{9\xi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n+3}{3^{2n}[2(n+1)\,\varkappa + 2n + 1]}.$$



Obr. 4

Zdanlivý špecifický odpor je daný vzorcom:

$$\bar{\varrho} = \frac{8\varrho_2}{9} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n+3}{3^{2n}[2(n+1)\,\varkappa + 2n + 1]}$$

a je nezávislý od vzdialenosti elektród. V tretej etape je $\xi > 2$ a príslušný vzorec pre zdanlivý špecifický odpor odvodený z rovnice (4) je:

$$\bar{\varrho} = \varrho_1 \left\{1 + \frac{16(\varkappa - 1)}{3\xi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^{2n+1} \frac{2n+1}{[2(n+1)\,\varkappa + 2n + 1]\, \xi^{4n}}\right\}.$$

Z neho vyplýva, že pri $\xi \to \infty$ zdanlivý odpor sa asymptoticky približuje hodnote ϱ_1.

Pri Schlumbergerovej schéme (obr. 4) vzdialenosť sýtnych elektród označme $AB = 2l$, malú vzdialenosť medzi potenciálovými elektródami $MN = 2\Delta$. V intervale $0 < l < 1$ ide o vnútorné sýtenie a v dôsledku toho vychádzame zo vzorca (13). Dostávame najprv:

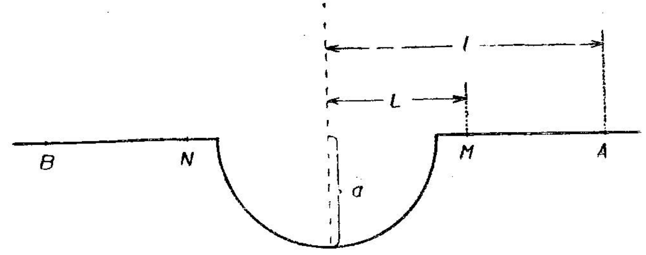
$$V_M - V_N = 4\varkappa q \left[\frac{\Delta}{l^2 - \Delta^2} - 2(\varkappa - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)\, l^{2n+1} \Delta^{2n+1}}{2(n+1)\,\varkappa + 2n + 1}\right]$$

a vzhľadom na neskorší prechod $\Delta \to 0$ môžeme v tomto vzorci zanedbať druhé a vyššie mocniny Δ:

$$V_M - V_N = \frac{4\varkappa q \Delta}{l^2} \left[1 - \frac{2(\varkappa - 1)\, l^3}{2\varkappa + 1}\right].$$

Pri tomto usporiadaní zdanlivý odpor je:

$$\bar{\varrho} = \frac{\pi l^2 (V_M - V_N)}{2I\,.\,\Delta} = \varrho_2 \left[1 - \frac{2l^3(\varkappa - 1)}{2\varkappa + 1}\right].$$



Obr. 5

Ak je $l > 1$, sýtne elektródy prechádzajú do vonkajšej oblasti a pre potenciál v bodoch M a N platí vzorec (5). Ak opäť zanedbáme členy s vyššími mocninami Δ, potenciálový rozdiel v týchto dvoch bodoch je:

$$V_M - V_N = \frac{12\varkappa q \Delta}{(2\varkappa + 1)\, l^2}$$

a zdanlivý odpor

$$\bar{\varrho} = \frac{3\varkappa \varrho_1}{2\varkappa + 1}$$

je nezávislý od l a vždy odlišný od ϱ_1, okrem triviálneho prípadu $\varkappa = 1$.

Vzorec (1), prípadne (4) sa dá tiež použiť na výpočet efektu polguľovej jamy. V tomto prípade kladieme $\varkappa = \infty$ a pri súmernom usporiadaní (obr. 5), pri ktorom

$$l = \frac{1}{2} AB > \frac{1}{2} MN = L > a = 1,$$

veľkosť efektu je:

$$\bar{\varrho} - \varrho_1 = \varrho_1 \frac{l^2 - L^2}{l^2 L^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2(n+1)\, l^{-n} L^{2n}}.$$

Došlo dňa 17. V. 1954.

Geofyzikálne laboratórium Slovenskej akadémie vied, Bratislava

LITERATÚRA

[1] Huber A., *Die Randwertaufgabe der Geoelektrik für Kugel und Zylinder*, Zschr. für angew. Math. u. Mech., 10/11, 1953.
[2] Kolbenheyer T., *O prúdovom poli v homogénnom polopriestore s guľovou vložkou odlišnej vodivosti*, Mat. fyz. čas. 3, 1954.
[3] Lipskaja N. V., *Anomalnoje pole lokalnoj neodnorodnosti s konečnym značeniem elektroprovodnosti*. Izv. akad. nauk SSSR, scr. Geofiz., 6, 1953.

ВЛИЯНИЕ ПОЛУШАРОВОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ НА ИСКУССТВЕННОЕ ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

ТИБОР КОЛБЕНГАЕР

Выводы

Точно решена проблема влияния поверхностных неоднородностей на искусственное геоэлектрическое поле, образующееся при точечном питании, для случая полушаровой неоднородности, определяемой плоской поверхностью земли. Проблема решена при применении бесконечных рядов с помощью шаровых функций. Выведены формулы для потенциала внутри полушария и в остальном однородном полупространстве. При этом точка питания находится в любой точке земной поверхности. Исследован ход потенциала на соединительной линии центра полушария и точки питания и выведены формулы, выражающие, ход теоретических кривых зондирования для методов Веннера и Шлумбергера, если центр зондировки находится в центре неоднородности. Выведена формула выражающая величину эффекта полушаровой ямы при симметрическом расположении.

Zusammenfassung

Der Einfluß einer halbkugelartigen Inhomogenität auf das künstliche geoelektrische Feld einer punktförmigen Stromquelle wird für den Fall, daß der Mittelpunkt der Halbkugel an der ebenen Erdoberfläche liegt, durch Reihenentwicklungen nach Kugelfunktionen gelöst. Für das Potential im Inneren der Halbkugel sowie im übrigen homogenen Halbraume werden Formeln abgeleitet für den Fall, daß sich die Stromquelle an der Erdoberfläche befindet. Insbesondere wird der Potentialverlauf auf der Verbindungsgeraden der Quelle und des Mittelpunktes der Halbkugel geprüft. Es werden Formeln für die Berechnung der theoretischen Widerstandskurven abgeleitet, die sich auf die Wennersche und Schlumbergersche Elektrodenanordnung beziehen, wobei vorausgesetzt wird, daß der Sondierungsmittelpunkt mit dem Mittelpunkt der Halbkugel zusammenfällt. Schließlich wird der Effekt einer halbkugelartigen Grube bei symmetrischer Elektrodenanordnung betrachtet.