# VLNY NA DRÁTĚ S DIELEKTRICKÝM OBALEM

JAROMÍR BUDĚJICKÝ, ONDŘEJOV

(Došlo dňa 1. I. 1953)

## 1. Úvod

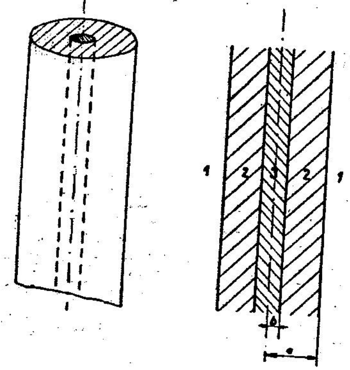
Základní práce o vlnách, postupujících podél jediného drátu, byly sice vykonány již koncem minulého [1] a začátkem tohoto století [2], [3], [4], [5], nebyly však až do nedávna prakticky aplikovány. Teprve v poslední době poukázali různí pracovníci, především Goubau [6], na možnosti technického využití různých modifikací těchto „vlnovodů s povrchovými vlnami".

Tento zajímavý druh vlnovodu se vyznačuje tím, že energie postupuje také vně vlnovodu (nejen uvnitř, jak je to u vlnovodů trubicových); pole vlnovodu s povrchovými vlnami se rozprostírá do nekonečna. Intensity pole ovšem ubývá se vzdáleností od osy vlnovodu. Zákon příčného útlumu je dán jednak úpravou vlnovodu, jednak frekvencí přenášení energie; čím vyšší frekvence, tím rychleji klesá intensita pole a tím menší je průměr válce koaxiálně opsaného vlnovodu, v němž postupuje na př. 90 % veškeré přenášené energie.

Povrchový vlnovod může mít velmi rozmanitou strukturu: může to být kovový drát s konečnou vodivostí [1], dielektrická tyč a nebo trubice [4], [5], [7], [8], [9], [10], vodivý drát s periodickou strukturou povrchu [6], [11], na př. závitem anebo zvlněním, též drátěná šroubovice [12] atd. Význačné místo zaujímá úprava, kde vodivý drát je obalen vrstvou dielektrika, někdy velice tenkou (na př. měděný drát natřený vhodným lakem), jejímž hlavním úkolem je soustředit elektromagnetickou energii co nejvíce kolem vlnovodu [6]. Tento neobyčejně jednoduchý a levný vlnovod má útlum srovnatelný s útlumem trubicového vlnovodu a může dokonce přenášet podstatně širší pásmo frekvencí. Při frekvencích řádu 10 GHz je poloměr válce, jímž postupuje na př. 90 % veškeré energie podél vlnovodu, řádově 10 cm. Zdá se, že by bylo možno takového vlnovodu upevněného na prostých dřevěných sloupech použít pro širokopásmovou telekomunikaci.

## 2. Vodivý drát s tlustým dielektrickým obalem

Tento případ je velmi zajímavý s experimentálního hlediska; umožňuje totiž experimentální ověření vzniku t. zv. vyšších vlnových typů i při poměrně nízkých frekvencích budicího vlnění. Může tedy sloužit jako „model" pro ověření theoretických závěrů. Theoreticky se jím zabýval Harms [2], který odvodil vztahy pro t. zv. základní vlnový typ. Jeho theorii ověřil Weiss [3]. Theorii vyšších vlnových typů pro vlny transversálně magnetické vypracoval Záviška [13], experimentálně ji ověřil Šimon [14].



Obr. 1

Úkolem této práce bylo přezkoušet a rozšířit experimentální ověření Záviškovy práce.

Obecný tvar drátového vlnovodu s dielektrickým obalem je znázorněn na obr. 1. Vlevo je nakreslen úsek vlnovodu (obr. 1a), vpravo jeho podélný řez (obr. 1b). Vlnovod je tvořen trojím prostředím:

1 — vzduch ($\varepsilon_1, \mu_1, \sigma_1$),
2 — dielektrikum ($\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$),
3 — vodič ($\varepsilon_3, \mu_3, \sigma_3$),
($\varepsilon_i$ — dielektrická konstanta,
$\mu_i$ — permeabilita,
$\sigma_i$ — vodivost).

Jelikož jde o válcový útvar, provádí se analysa v cylindrických souřadnicích $z, r, \varphi$, při čemž souřadnice $z$ splývá s osou drátu.

## 3. Vlnové typy *TM*

Transversálně magnetickou (*TM*) rozumíme vlnu, jejíž magnetické pole má jen složky kolmé ke směru šíření vlny, t. j. $H_z = 0$.

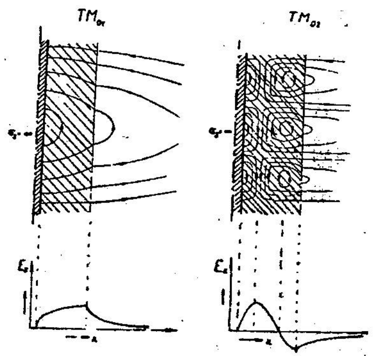
Harms odvodil vztahy pro t. zv. hlavní vlnu, která je typu *TM*; označíme ji $TM_{01}$. Index 0 značí, že jde o nejjednodušší případ souměrnosti pole kolem drátu, kdy pole nezávisí na souřadnici $\varphi$. Přitom je složka $E_z$ pole pro $r$ konečné, $r \neq b$, je-li $b$ poloměr drátu, všude nenulovou funkcí poloměru $r$.

Záviška ukázal, že vedle hlavní vlny se mohou na drátě s dielektrickým obalem šířit také *TM* vlny vyšších typů. Nazval je vedlejšími vlnami řádu I, II atd. Jejich pole je opět úplně symetrické kolem vlnovodu, t. j.



nezávisí na $\varphi$, složka $E_z$ je však oscilující funkcí souřadnice $r$. Vedlejší vlnu *TM* I. řádu označíme $TM_{02}$, II. řádu $TM_{03}$ atd. Funkce, určující složku pole $E_z$ vlnového typu $TM_{01}$, má pro konečné $r$ jedno minimum pro $r = b$ (na povrchu vodiče), které přechází pro $\sigma_3 = \infty$ v nulový bod. (Druhý nulový bod má funkce pro $r = \infty$.) U vlnového typu $TM_{0i}$ má uvedená funkce pro $\sigma_3 = \infty$ a $r$ konečné $i$ nulových bodů.

Přibližný okamžitý tvar elektrického pole kolem drátu je znázorněn na obr. 2, a to pro vlnový typ $TM_{01}$ (obr. 2a) a $TM_{02}$ (obr. 2b). Zároveň je tam naznačen průběh funkce $E_z = f(r)$ pro oba případy. Obraz pole se posouvá podél vlnovodu fázovou rychlostí $v_f$ daného vlnového typu.




Obr. 2

Je-li vlnovod vhodně dimensován vzhledem k budicí frekvenci $f$, mohou se na něm vytvořit současně různé vlnové typy *TM*, z nichž každý postupuje po vlnovodu obecně jinou rychlostí než ostatní. Jednotlivým typům tedy příslušejí různé vlnové délky, obecně různé od prosté vlnové délky $\lambda$. Označíme je $L_i$.

Vlnový typ $TM_{0i}$ se na drátovém vlnovodu vytvoří teprve když prostá vlnová délka je kratší než určitá mezná vlnová délka $\lambda_{mi}$ (index m označuje, že jde o meznou vlnovou délku). To znamená, že se vlnovod chová jako dolnofrekvenční propust.

Pro vlnový typ $TM_{01}$ je $\lambda_{m1} \to \infty$, t. j. tento typ se vytvoří při každé frekvenci; mezné vlny $\lambda_{mi}$ ($i = 2, 3, \ldots$) mají hodnoty konečné a klesající s rostoucím $i$. Vlny delší než $\lambda_{mi}$ se mohou přenášet jen na nižších typech.

## 4. Výpočet vlnových délek typů *TM*

Vlnové délky a ostatní charakteristické veličiny stanovíme řešením Maxwellových rovnic:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \tag{1}$$

s pomocí Hertzových vektorů $\mathbf{Z}$ a $\mathbf{Z}^*$ [15], z nichž první vede k vlnám *TM* a platí pro něj:

$$\mathbf{E} = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{Z}; \quad \mathbf{H} = \left(\varepsilon \frac{\partial}{\partial t} + \sigma\right) \operatorname{rot} \mathbf{Z}, \tag{2}$$

druhý vede k vlnám $TE$ a platí pro něj:

$$\mathbf{E}^* = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{Z}^*; \quad \mathbf{H}^* = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{Z}^*. \tag{3}$$

Mimo to musí pravoúhlé složky obou Hertzových vektorů splňovat skalární vlnovou rovnici:

$$\Delta\Psi - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \sigma\mu \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0. \tag{4}$$

$\mathbf{Z}$ a $\mathbf{Z}^*$ volíme tak, aby jenom složky $Z_z$ a $Z_z^*$ byly nenulové.

Je pak:

$$\mathbf{E} = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{Z} = \begin{vmatrix} \frac{i_z}{r} & \frac{i_r}{r} & i_\varphi \\ \frac{\partial}{\partial_z} & \frac{\partial}{\partial_r} & \frac{\partial}{\partial_\varphi} \\ 0 & \frac{\partial Z_z}{\partial \varphi} & -r\frac{\partial Z_z}{\partial r} \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \frac{i_z}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(-r\frac{\partial Z_z}{\partial r}\right) - \frac{\partial^2 Z_z}{\partial \varphi^2}\right] + \frac{i_r}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \cdot r\frac{\partial Z_z}{\partial r} + i_\varphi \frac{\partial^2 Z_z}{\partial z \partial \varphi}, \tag{5}$$

kde $i_z$, $i_r$ a $i_\varphi$ jsou jednotkové vektory. A tedy:

$$E_z = \frac{-1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial Z_z}{\partial r}\right) - \frac{1}{r}\frac{\partial^2 Z_z}{\partial \varphi^2}; \quad E_r = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial z} r \frac{\partial Z_z}{\partial r}; \quad E_\varphi = \frac{\partial^2 Z_z}{\partial z \partial \varphi} \tag{6}$$

a

$$H_r = \left(\varepsilon\frac{\partial}{\partial t} + \sigma\right)\frac{\partial Z_z}{\partial z}; \quad H_\varphi = -\left(\varepsilon\frac{\partial}{\partial t} + \sigma\right)\frac{\partial Z_z}{\partial r}; \quad H_z = 0. \tag{7}$$

Protože nás zajímá především harmonické vlnění, použijeme elementárního řešení rovnice (4) ve tvaru:

$$Z_z = \Psi = u(r, \varphi)\, e^{-j\omega t + jhz}. \tag{8}$$

Při úplné symetrii pole kolem vlnovodu nezávisí jeho složky na $\varphi$ a je tedy:

$$Z_z = u(r)\, e^{-jt\omega + jhz}. \tag{8'}$$

Veličina $\omega$ je kruhová frekvence budicího vlnění, $h$ je obecně komplexní konstanta šíření vln ve směru $z$:

$$h = \frac{2\pi}{L} + i\varkappa,$$

kde $\varkappa$ je mírou polohového útlumu ve směru $z$. Pro usnadnění zvolíme $\varkappa = 0$ (t. j. $\sigma_3 \to \infty$, $\sigma_2 = \sigma_1 = 0$), takže je:

$$h = \frac{2\pi}{L}. \tag{9}$$



Dosazením do (4) dostaneme $\left(\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0\right)$:

$$-h^2 u + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \varepsilon\mu\omega^2 u + j\omega\sigma\mu u = 0$$

anebo, položíme-li:

$$\omega^2 \varepsilon\mu + j\omega\sigma\mu = k^2, \tag{10}$$

$$\frac{D^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} + (k^2 - h^2)\, u = 0. \tag{11}$$

Položíme-li $q = \sqrt{k^2 - h^2}\, r$, dostaneme:

$$\frac{d^2 u}{dq^2} + \frac{1}{q}\frac{du}{dq} + u = 0, \tag{11'}$$

což je Besselova diferenciální rovnice řádu 0.

Jejím partikulárním řešením je obecná cylindrická funkce řádu nula;[1]

$$u = Z_0\left(\sqrt{k^2 - h^2}\, r\right). \tag{12}$$

Je proto:

$$Z_z = Z_0\left(\sqrt{k^2 - h^2}\, r\right) e^{-j\omega t + jhz} = Z_0 F, \tag{13}$$

kde $F$ má zřejmý význam.

Po dosazení do (6) a (7) dostaneme s použitím (11) a (10):

$$\left.\begin{aligned} E_z &= \sqrt{k^2 - h^2}\, Z_0 F, \\ E_r &= jh Z_0' F, \\ H_\varphi &= j\frac{1}{\omega\mu} k^2 Z_0' F. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$Z_0'$ je derivace $Z_0$ podle argumentu, $Z_0'(q) = \frac{dZ_0}{dq}$.

Veličina $k$ závisí na prostředí $(\varepsilon, \mu, \sigma)$ a také $Z_0$ nutno volit v jednotlivých prostředích tak, aby byla všude regulární, a to:

v prostředí 1: $(k = k_1,\ a \leq r \leq \infty)$ vyhovuje funkce $A_1 H_0^{(1)}$,
v prostředí 2: $(k = k_2,\ b \leq r \leq a)$ vyhovuje funkce $A_2 J_0 + B_2 N_0$,
v prostředí 3: $(k = k_3,\ 0 \leq r \leq b)$ vyhovuje funkce $A_3 J_0$.

Zde je $J_0$ Besselova funkce, $N_0$ Neumannova funkce a $H_0^{(1)}$ první Hankelova funkce, všechny řádu nula.

[1] Shodou obecných zvyklostí je tato funkce označena stejně jako velikost Hertzova vektoru, s nímž ovšem nemá nic společného.

Je potom:

$$\left.\begin{aligned} E_{1z} &= \sqrt{k_1^2 - h^2}\, A_1 H_0^{(1)}\left(\sqrt{k_1^2 - h^2}\, r\right) F, \\ E_{1r} &= j h A_1 H_0^{(1)}\left(\sqrt{k_1^2 - h^2}\, r\right) F, \\ H_{1\varphi} &= j \frac{k_1^2}{\omega \mu_1} A_1 H_0^{(1)\prime}\left(\sqrt{k_1^2 - h^2}\, r\right) F, \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$\left.\begin{aligned} E_{2z} &= \sqrt{k_2^2 - h^2}\left[A_2 J_0\left(\sqrt{k_2^2 - h^2}\, r\right) + B_2 N_0\left(\sqrt{k_2^2 - h^2}\, r\right)\right] F, \\ E_{2r} &= j h\left[A_2 J_0'\left(\sqrt{k_2^2 - h^2}\, r\right) + B_2 N_0'\left(\sqrt{k_2^2 - h^2}\, r\right)\right] F, \\ H_{2\varphi} &= j \frac{k_2^2}{\omega \mu_2}\left[A_2 J_0'\left(\sqrt{k_2^2 - h^2}\, r\right) + B_2 N_0' \sqrt{k_2^2 - h^2 r}\right)\right] F, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned} E_{3z} &= \sqrt{k_3^2 - h^2}\, A_3 J_0\left(\sqrt{k_3^2 - h^2}\, r\right) F, \\ E_{3r} &= j h\, A_3 J_0'\left(\sqrt{k_3^2 - h^2}\, r\right) F, \\ H_{3\varphi} &= j \frac{k_3^2}{\omega \mu_3} A_3 J_0'\left(\sqrt{k_3^2 - h^2}\, r\right) F. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Zaveďme nyní okrajové podmínky $(\sigma_3 = \infty) : (E_{2z})_{r=b} = 0$; $(E_{2z} = E_{1z})_{r=a}$, $(H_{2\varphi} = H_{1\varphi})_{r=a}$ a položme

$$x = a\sqrt{k_1^2 - h^2}, \quad y = a\sqrt{k_2^2 - h^2} \tag{18}$$

a $b = \vartheta a$. Z toho plyne:

$$\left.\begin{aligned} A_2 J_0(\vartheta y) + B_2 N_0(\vartheta y) &= 0, \\ y\left[A_2 J_0(y) + B_2 N_0(y)\right] &= x A_1 H_0^{(1)}(x), \\ \frac{k_2^2}{\mu_2}\left[A_2 J_0'(y) + B_2 N_0'(y)\right] &= A_1 \frac{k_1^2}{\mu_1} H_0^{(1)\prime}(x). \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Má-li tato soustava nenulové řešení pro $A_1$, $A_2$, $B_2$, musí být její determinant roven nule. Z toho získáváme rovnici pro $h$:

$$\frac{k_1^2}{\mu_1} \frac{H_0^{(1)\prime}(x)}{x H_0^{(1)}(x)} = \frac{k_2^2}{\mu_2} \frac{J_0'(y) N_0(\vartheta y) - N_0'(y) J_0(\vartheta y)}{y\left[J_0(y) N_0(\vartheta y) - N_0(y) J_0(\vartheta y)\right]}. \tag{20}$$

Položíme-li $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$; $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$; $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_r \varepsilon_0$ ($\varepsilon_r$ je relativní dielektrická konstanta), je:

$$k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 = \omega^2/c^2 = (2\pi/\lambda)^2; \quad k_2^2 = \varepsilon_r k_1^2. \tag{21}$$

Vztah (20) tím přejde v:

$$\left\{\frac{1}{\varepsilon_r} \frac{H_0^{(1)\prime}(x)}{x H_0^{(1)}(x)} = \frac{J_0'(y) N_0(\vartheta y) - N_0'(y) J_0(\vartheta y)}{y\left[J_0(y) N_0(\vartheta y) - N_0(y) J_0(\vartheta y)\right]}\right\} \equiv \left\{z_1 = z_2\right\}. \tag{22}$$

Narysujeme-li graf funkce $z_2$ stojící na pravé straně této rovnice, jakož i graf funkce $z_1$ na levé straně, můžeme podle společné funkční hodnoty nalézt hodnoty $x$ a $y$ navzájem sobě přidružené. Ze vztahů (18) a (21) nalezneme pak vlnové délky $L$ na vlnovodu, které příslušejí jednotlivým



prostým vlnovým délkám $\lambda$. Je:

$$\lambda = 2\pi a \sqrt{\frac{\varepsilon_r - 1}{y^2 + \xi^2}} \quad L = 2\pi a \sqrt{\frac{\varepsilon_r - 1}{y^2 + \varepsilon_r \xi^2}}, \tag{23}$$

kde $\xi = \frac{x}{j}$.

Pro mezné vlnové délky vlnových typů $TM_{0i}$ nalezl Záviška vztah:

$$\lambda_{mi} = \frac{2\pi a}{y^{(i-1)}} \sqrt{\varepsilon_r - 1}, \tag{24}$$

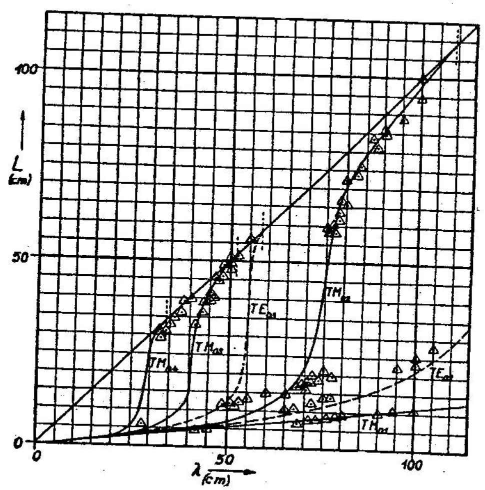
kde $y^{(i-1)}$ je $i$-první ($i = 2, 3, \ldots$) kladný kořen rovnice

$$J_0(y) N_0(\vartheta y) - N_0(y) J_0(\vartheta y) = 0. \tag{25}$$

## 5. Vlnové délky na vlnovodu, jehož bylo použito k měření

Budiž prostředím 2 voda ($\varepsilon_r = 81$, $a = 5{,}8$ cm), prostředím 3 měděný drát ($b = 0{,}2$ cm).

Grafickým řešením rovnice (25) nalezneme $y^{(1)} \simeq 2{,}97$; $y^{(2)} \simeq 6{,}28$; $y^{(3)} \simeq$




Obr. 3

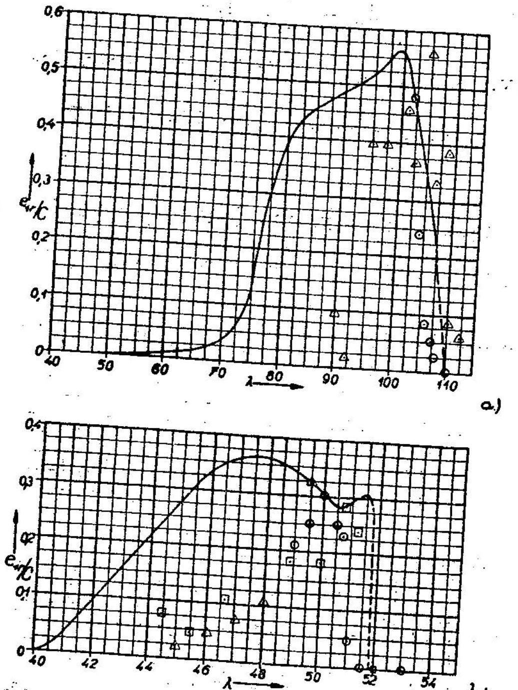
$\simeq 9{,}57$. Jim přísluší mezné vlnové délky $\lambda_{m2} \simeq 109{,}7$ cm; $\lambda_{m3} \simeq 51{,}8$ cm; $\lambda_{m4} \simeq 34{,}05$ cm vlnových typů $TM_{02}$, $TM_{03}$, $TM_{04}$.

Graficky stanovená závislost vlnové délky $L$ na prosté vlnové délce u typů $TM$ je zakreslena plnými čarami na obr. 3.

## 6. Závislost intensity pole na vlnové délce ve vzdálenosti $r$ od vlnovodu

Explicitní vyjádření složek pole dostaneme, vypočítáme-li z rovnice (19) poměry veličin $A_1$, $A_2$, $B_2$ a dosadíme do (15) a (16). Uvažujme jen radiální složku $E_{1r}$ vně vlnovodu. Pro ni platí:

$$E_{1r} = C j a h y H_0^{(1)\prime}\left(\frac{x}{a} r\right)[J_0(y) N_0(\vartheta y) - J_0(\vartheta y) N_0(y)]\, e^{-j\omega t + jhz} =$$
$$= C a h y H_0^{(1)\prime}\left(\frac{x}{a} r\right) f(y, \vartheta y)\, e^{-j\omega t + jhz}\, e^{j\pi/2}, \qquad (26)$$




Obr. 4

kde $C$, $a$, $h$, $H_0^{(1)\prime}$, $f$ jsou vesměs reálné veličiny. Zavedeme-li pro amplitudu $E_{1r}$ označení $e_{1r}$, je:

$$e_{1r} = C a h y H_0^{(1)\prime}\left(\frac{x}{a} r\right) f(y, \vartheta y). \qquad (26')$$

Dosadíme-li:

$$h = \frac{2\pi}{L}; \quad \frac{x}{a} = \frac{j\xi}{a}; \quad L = 2\pi a \sqrt{\frac{\varepsilon_r - 1}{y^2 + \varepsilon_r \xi^2}},$$

dostaneme:

$$e_{1r} = C \frac{2\pi a}{L} y H_0^{(1)\prime}\left(\frac{j\zeta}{a} r\right) f(y, \vartheta y)$$



anebo konečně:

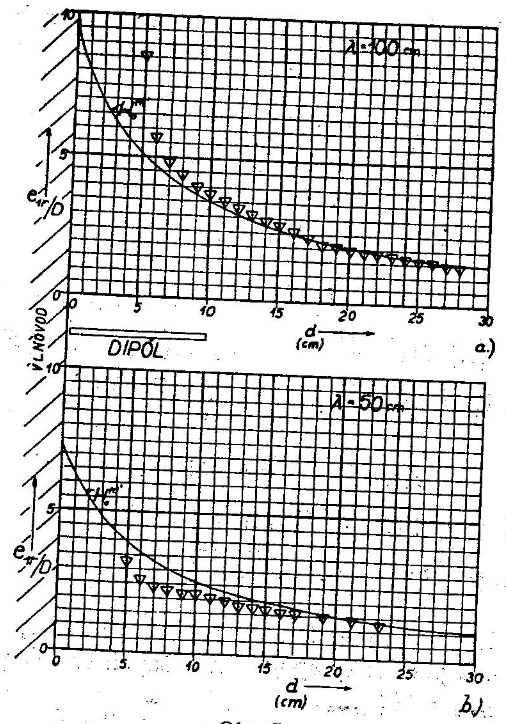
$$\frac{e_{1r}}{C} = y \sqrt{\frac{y^2 + \varepsilon_r \xi^2}{\varepsilon_r - 1}}\, H_0^{(1)\prime}\left(\frac{j\xi}{a} r\right) f(y, \vartheta y). \qquad (27)$$

Závislost intensity pole vně vlnovodu vlnové délce je znázorněna na obr. 4a, b pro $r = 10$ cm a pro vlnové typy $TM_{02}$ *a* $TM_{03}$. Vidíme, že zmenšujeme-li vlnovou délku, je intensita pole vlny $TM_{02}$ nulová dokud nebylo dosaženo vlnové délky $\lambda_{m2}$ (109,7 cm). Potom začne intensita pole rychle stoupat s klesající vlnovou délkou, aby pak záhy opět začala klesat. Podobně je tomu u typu $TM_{03}$.

## 7. Závislost intensity pole na vzdálenosti od osy vlnovodu při stálé vlnové délce

Uvažujme opět radiální složku intensity elektrického pole $E_{1r}$ vně vlnovodu. Při konstantní vlnové délce jsou veličiny $y$, $\xi$ v rovnici (27) stálé, takže platí:

$$e_{1r} = D H_0^{(1)\prime}\left(\frac{j\xi}{a} r\right)$$




Obr. 5

neboli:

$$\frac{e_{1r}}{D} = H_0^{(1)\prime}\left(\frac{j\xi}{a} r\right), \tag{28}$$

kde $D$ je konstanta, $\frac{e_{1r}}{D}$ je relativní velikost amplitudy radiální složky intensity elektrického pole.

Hodnoty funkce $H_0^{(1)\prime}\left(\frac{j\xi}{a} r\right)$ pro $\lambda = 100$ cm a $\lambda = 50$ cm jsou vyneseny na obr. 5a, b.

## 8. Vlnové typy *TE*

Jak bude uvedeno později, dala určitá měření podnět k domněnce, že některé z nalezených vlnových délek na vlnovodu mohou příslušet vlnovým typům transversálně elektrickým, t. j. takovým, u nichž intensita elektrického pole nemá složku ve směru šíření ($E_z = 0$).

Ukážeme, že takové typy mohou vskutku v daném případě existovat. Postup řešení Maxwellových rovnic je v podstatě stejný jako u typů *TM*, jen je nutno vyjít z Hertzova vektoru $\mathbf{Z}^*$ definovaného vztahem (3).

Pro složky pole v jednotlivých prostředích dostaneme:

$$\left.\begin{aligned} E_{1\varphi}^* &= -j\mu_1\omega A_1^*\sqrt{k_1^2-h^2}\,H_0^{(1)\prime}\left(\sqrt{k_1^2-h^2}\,r\right)F,\\ H_{1r}^* &= jhA_1^*\sqrt{k_1^2-h^2}\,H_0^{(1)\prime}\left(\sqrt{k_1^2-h^2}\,r\right)F,\\ H_{1z}^* &= (k_1^2-h^2)\,A_1^*\,H_0^{(1)}\left(\sqrt{k_1^2-h^2}\,r\right)F. \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

$$\left.\begin{aligned} E_{2\varphi}^* &= -j\mu_2\omega\sqrt{k_2^2-h^2}\left[A_2^*J_0'\left(\sqrt{k_2^2-h^2}\,r\right)+B_2^*N_0'\left(\sqrt{k_2^2-h^2}\,r\right)\right]F,\\ H_{2r}^* &= jh\sqrt{k_2^2-h^2}\left[A_2^*J_0'\left(\sqrt{k_2^2-h^2}\,r\right)+B_2^*N_0'\left(\sqrt{k_2^2-h^2}\,r\right)\right]F,\\ H_{2z}^* &= (k_2^2-h^2)\left[A_2^*J_0\left(\sqrt{k_2^2-h^2}\,r\right)+B_2^*N_0\left(\sqrt{k_2^2-h^2}\,r\right)\right]F. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

$$\left.\begin{aligned} E_{3\varphi}^* &= -j\mu_3\omega\sqrt{k_3^2-h^2}\,A_3^*J_0'\left(\sqrt{k_3^2-h^2}\,r\right)F,\\ H_{3r}^* &= jh\sqrt{k_3^2-h^2}\,A_3^*J_0'\left(\sqrt{k_3^2-h^2}\,r\right)F,\\ H_{3z}^* &= (k_3^2-h^2)\,A_3^*J_0\left(\sqrt{k_3^2-h^2}\,r\right)F. \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Předpokládáme-li v prostředí 3 nekonečnou vodivost, musí pro $r = b$ být $(E_{2\varphi}^*)_{r=b} = 0$. Z podmínky spojitosti tečných složek plyne: $(H_{2z}^*)_{r=a} = (H_{1z}^*)_{r=a}$; $(E_{2\varphi}^*)_{r=a} = (E_{1\varphi}^*)_{r=a}$.

Zaveďme dále veličiny $x$ a $y$ podle dřívější definice a předpokládejme



konečně, že $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_0$. Po rozvinutí obdržíme pak okrajové podmínky ve tvaru:

$$\left.\begin{aligned} A_2^*J_0'(\vartheta y) + B_2^*N_0'(\vartheta y) &= 0,\\ y\left[A_2^*J_0'(y) + B_2^*N_0'(y)\right] &= A_1^*xH_0^{(1)\prime}(x),\\ y^2\left[A_2^*J_0(y) + B_2^*N_0(y)\right] &= x^2A_1H_0^{(1)}(x). \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Aby soustava (32) měla pro součinitele $A_1^*, A_2^*, B_2^*$ (resp. pro jejich poměr) řešení, musí být její determinant roven nule a tedy:

$$\frac{H_0^{(1)\prime}(x)}{xH_0^{(1)}(x)} = \frac{J_0'(y)\,N_0'(\vartheta y) - J_0'(\vartheta y)\,N_0'(y)}{y\left[J_0(y)\,N_0'(\vartheta y) - J_0'(\vartheta y)\,N_0(y)\right]}. \tag{33}$$

Položme $x = j\xi$, $\xi > 0$ a hledejme k sobě příslušné hodnoty $\xi$ a $y$, které splňují tuto rovnici! Její levá strana, kterou označíme $z_1^*$, je pro všechna $\xi > 0$ kladná. Příslušné hodnoty $y$ musí proto činit pravou stranu ($z_2^*$) rovněž kladnou. Funkce $z_2^*$ je sudou funkcí $y$ a stačí proto uvažovat jen kladné hodnoty $y$, reálné anebo ryze imaginární.

Dokážeme, že funkce $z_2^*$ nemůže nabývat kladných hodnot pro žádný ryze imaginární kladný a konečný argument $j\eta = y$.

Z vlastností cylindrických funkcí nalezneme tyto vztahy: ([16], 224 a 242):

$$\begin{aligned} &jJ_0'(j\eta) = \alpha_1, && H_0^{(1)\prime}(j\eta) = \beta_1 && J_0(j\eta) = \gamma,\\ &jJ_0'(j\vartheta\eta) = \alpha_2, && H_0^{(1)\prime}(j\vartheta\eta) = \beta_2 && jH_0^{(1)}(j\eta) = \delta. \end{aligned}$$

$\alpha_{1,2}, \beta_{1,2}, \gamma, \delta$ jsou funkce $\eta$ nabývající jen kladných hodnot a platí: $\alpha_1 > \alpha_2$; $\beta_2 > \beta_1$.

Ze vztahů mezi funkcemi $J$, $N$, $H$ nalezneme:

$$\begin{aligned} jN_1(j\eta) &= H_1^{(1)}(j\eta) - J_1(j\eta),\\ jN_0'(j\eta) &= H_0^{(1)}(j\eta) - J_0'(j\eta) = \beta_1 + j\alpha_1 \end{aligned}$$

anebo:

$$N_0'(j\eta) = \alpha_1 - j\beta_1 \text{ a } N_0'(j\vartheta\eta) = \alpha_2 - j\beta_2.$$

Dále je:

$$\begin{aligned} jN_0(j\eta) &= H_0^{(1)}(j\eta) - J_0(j\eta) = -\gamma - j\delta,\\ N_0(j\eta) &= -\delta + j\gamma. \end{aligned}$$

Dosaďme tyto výrazy do funkce v čitateli pravé strany (33):

$$\begin{aligned} J_0'(y)\,N_0'(\vartheta y) - J_0'(\vartheta y)\,N_0'(y) &= -j\alpha_1(\alpha_2 - j\beta_2) + j\alpha_2(\alpha_1 - j\beta_1)\\ &= -\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1. \end{aligned}$$

Je však $\alpha_1 > \alpha_2$; $\beta_2 > \beta_1$, takže je tím spíše $\alpha_1\beta_2 > \alpha_2\beta_1$, resp. $\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\beta_2 < 0$ (funkce nemá pro kladný ryze imaginární argument nulových bodů).

Podobně nalezneme dosazením do složené funkce ve jmenovateli:

$$J_0(y)\,N_0'(\vartheta y) - J_0'(\vartheta y)\,N_0(y) = \gamma(\alpha_2 - j\beta_2) + j\alpha_2(-\delta + j\gamma) = -j(\alpha_2\delta + \beta_2\gamma).$$

Výraz v závorce je veličina kladná, z čehož plyne, že ani funkce ve jmenovateli nemá pro uvažované argumenty nulových bodů. Dále je:

$$z_2^* = \frac{\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\beta_2}{\eta(\alpha_2\delta + \beta_2\gamma)} < 0;$$

funkce $z_2^*$ nabývá pro ryze imaginární argumenty jen záporných hodnot a nemůže mít proto společné funkční hodnoty s funkcí $z_1^*$. Zbývají jen reálné hodnoty argumentu.

Průběh funkce $z_2^*$ je velmi podobný průběhu funkce

$$\frac{J_0'(y)}{y^{J_0}(y)},$$

která se vyskytuje při výpočtu vlnových typů $TM$ na dielektrických válcích.

Z nulových aproximací:

$$J_0(y) \simeq 1;\; J_0'(y) \simeq -\frac{1}{2}y;\; N_0(y) \simeq -\frac{2}{\pi}\ln\frac{2}{\gamma y};\; N_0'(y) \simeq \frac{2}{\pi y},$$

(kde $\gamma = e^C = 1{,}781$, $C$ je Eulerova konstanta), nalezneme pro malé hodnoty $y$:

$$z_2^* \simeq -\frac{1 - \vartheta^2}{2 - \vartheta^2 y^2 \ln\dfrac{2}{\gamma y}}$$

a pro $y = 0$ je:

$$(z_2^*)_{y=0} = -\frac{1 - \vartheta^2}{2}.$$

První větev grafu začíná u malých záporných hodnot a klesá s rostoucím $y$ k $-\infty$ pro $y = {}^*y^{(1)}$, t. j. pro nejmenší kladný kořen rovnice $J_0(y)\,N_0'(\vartheta y) - J_0'(\vartheta y)\,N_0(y) = 0$. V tomto bodě je nespojitá a přechází od hodnoty $-\infty$ k $+\infty$. Zde začíná kladná část druhé větve funkce $z_2^*$ a také první oblast, kde rovnice $z_1^* = z_2^*$ má řešení.

Vlnové typy $TE$ mohou vzniknout až když budicí vlnová délka $\lambda$ klesla pod jistou mez $\lambda_{m2}^*$ (vlna $TE_{02}$), danou vztahem:

$$\lambda_{m2}^* = \frac{2\pi a}{{}^*y^{(1)}}\sqrt{\varepsilon_{r-1}}. \tag{34}$$

Jsou tedy možné jen vlnové typy $TE_{0i}$ $(i > 1)$. Typ $TE_{01}$ neexistuje. Pro typy $TE_{0i}$ jsou mezné vlnové délky:

$$\lambda_{mi} = \frac{2\pi a}{{}^*y^{(i-1)}}\sqrt{\varepsilon_r - 1}, \tag{34'}$$



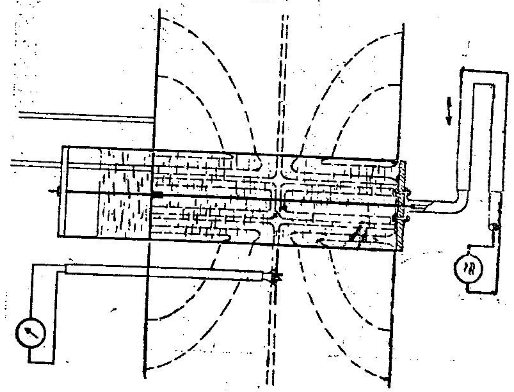
kde ${}^*y^{(i-1)}$ je $i$-první $(i = 2, 3, \ldots)$ kladný kořen shora uvedené rovnice.

Postup výpočtu vlnových délek na vlnovodu $(L_i^*)$ v konkretním případě je stejný jako u typů $TM$. Nalezené hodnoty pro typy $TE_{02}$ a $TE_{03}$ jsou zakresleny na obr. 3 přerušovanou čarou.

Průběh funkcí:

$$z_2^* = \frac{f_1^*}{y f_2^*},\; f_1^* = J_0'(y)\,N_0'(\vartheta y) - J_0'(\vartheta y)\,N_0'(y)$$

$$\text{a } f_2^* = J_0(y)\,N_0'(\vartheta y) - J_0'(\vartheta y)\,N_0(y)$$



Obr. 6

je zakreslen na obr. 6. První dva kořeny rovnice:

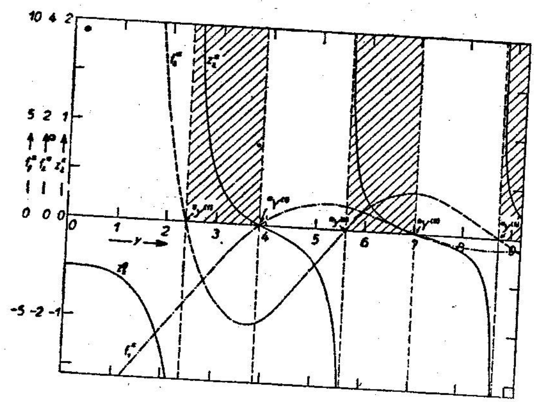
$$f_2^* = 0$$

jsou: ${}^*y^{(1)} \simeq 2{,}38$; ${}^*y^{(2)} \simeq 5{,}61$.

## 9. Měřicí zařízení

Měření byla prováděna na zařízení podle obr. 7. Vlnovod tvoří trubice z tvrzeného papíru naplněná vodou, v jejíž ose je napnut měděný drát. Poloměry trubice a drátu jsou $a = 5{,}8$ cm, $b = 0{,}2$ cm. Délka trubice je 130 cm, síla stěny je 0,15 cm. Je postavena svisle, takže její horní konec není třeba utěsňovat.

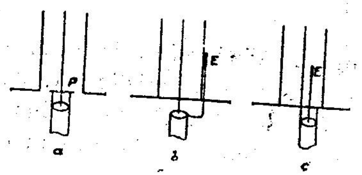
Její konce jsou uzavřeny isolačními víky, z nichž dolní je utěsněno asfaltem. Na dolním víku je uvnitř trubice umístěn plechový prstenec, který slouží jako budicí elektroda. Prstenec je vodivě spojen s pláštěm koaxiálního kabelu, drát je spojen s jeho vnitřním vodičem. Na opačném konci je kabel připojen přes pozounové vedení ke zdroji vysokofrekvenční energie 200—800 MHz (vysílač SLD firmy Rohde a Schwarz). V úrovni prstence je vně trubice upevněna kovová deska rozměrů 75×75 cm². Kromě toho je na drátě posuvně uloženo vnitřní kruhové stínítko a v jeho úrovni se posouvá vně trubice vnější stínítko (opět 75×75 cm²). Obě posuvná stínítka jsou spojena soustavou táhel, takže se pohybují současně. Táhla jsou pak zavěšena na pevném motouzu, který jde přes kladku upevněnou na stropě laboratoře k vzdálenému navijáku, takže stínítka mohou být posouvána ze vzdáleného místa. Tím byl značně omezen rušivý vliv pohybů experimentátora.



Obr. 7

Mezi oběma stínítky vznikají stojaté vlny, jejichž intensita je největší, je-li vzdálenost mezi stínítky rovna $n. L/2$. Dráhový rozdíl mezi dvěma po sobě následujícími polohami pevného stínítka se rovná polovině vlnové délky povrchové vlny.

Intensita vlnění byla indikována dipólem s krystalovým detektorem, upevněnými pomocí kovové trubky na posuvném stínítku. Usměrněné vysokofrekvenční proudy byly přiváděny k citlivému galvanometru, umístěnému opět na vzdáleném místě.



Obr. 8

Celý vlnovod byl postaven na dřevěných podpěrách na podlaze laboratoře.

Změnou délky pozounového vedení bylo možno měnit přizpůsobení impedance vlnovodu na impedanci generátoru. Relativní velikost jednotlivých maxim se změnou přizpůsobení měnila jen velmi málo.

Velmi důležitými se ukázaly geometrické rozměry a poloha přijímacího dipólu. Jak bylo ukázáno v theoretické části, klesá rychle intensita pole vně trubice se vzdáleností od jejího povrchu. Je-li v okolí trubice přítomno



rušivé pole (na př. pole prosté vlny vyzařované generátorem mimo napájecí kabel), projevuje se poměrně tím silněji, čím dále je uvažované místo od trubice. Z toho důvodu je vhodné umístit dipól co nejblíže trubici. Jeho délka je dosti malá 6—10 cm, aby nezpůsobil velkou deformaci pole. Také stínicí trubka, která tvoří držák pro dipól, může způsobit citelnou deformaci pole, což může mít za následek vznik různých rušivých efektů. Tak na př. bylo nalezeno, že vzdálenost rušivých maxim při tomto uspořádání se rovná zhruba celé délce $L_1$ místo $L_1/2$. Byl-li však dipól upevněn na dřevěné tyčince, která nese zkroucené přívody ke galvanometru a vychází z měřicího prostoru v tangenciálním směru (je upevněna na př. na dřevěném fotografickém stativu), byly kromě hledaných délek vln nalezeny pouze vlny $L_1$, kdežto uvedená dvojnásobná vlnová délka zcela zmizela.

Také poloha dipólu v axiálním směru, tedy jeho vzdálenost od stínítek je velmi důležitá. Má být vždy umístěn vůči jednomu anebo druhému stínítku ve vzdálenosti rovné lichému násobku $^1/_4$ vlnové délky na vlnovodu ($L$), kterou právě hledáme (tedy v místě největší intensity pole příslušných stojatých vln). Tím je žádaná vlna znatelně vyzdvižena nad úroveň rušivých vln, jejichž maxima intensity pole leží obecně jinde.

Ve většině případů bylo použito jako vnitřního dielektrika obyčejné užitkové vody. Z počátku bylo použito vody destilované, avšak při použití užitkové vody nebyly nalezeny žádné změny.

Vedle úpravy budicích prvků výše popsané, která je schematicky znovu znázorněna na obr. 8a, a jíž bylo nejvíce používáno, byly vyzkoušeny ještě jiné druhy, jak je znázorňuje obr. 8b, c. V případě a) je jednou elektrodou drát, druhou prstenec $P$, v případě b) je druhou elektrodou kovová destička $E$ rozměrů 3,5×3,5 cm², připevněná na vnější stěnu trubice v místě, kde silokřivky mají podle výpočtu vystupovat kolmo. Podobně je tomu v případě c), jenže elektroda je uvnitř vlnovodu ve vzdálenosti asi 2 cm od osy drátu.

Všeobecně lze o těchto druzích elektrod říci, že pro měření žádaných vln byl nejvhodnější typ b) (jak se ukázalo až při celkovém hodnocení výsledků), neboť při jeho použití (současně s dipólem na stativu) nebyly nalezeny jiné rušivé vlny než $TM_{01}$. Druh c) měl značnou nevýhodu v tom, že bylo nutno vždy vlnovod rozebrat, měla-li se změnit poloha elektrody. Úpravy b) a c) jsou nesouměrné, takže není vyloučena možnost vzniku vlnových typů s omezenou souměrností pole. O některých podrobnostech napájení se ještě zmíníme při rozboru naměřených hodnot.

Vyšetřeme ještě vliv stěny trubice na délku povrchových vln. Předpokládejme nejprve, že $\varepsilon_r$ stěny je stejná jako $\varepsilon_r$ vody. Tloušťka stěny trubice byla 0,15 cm, takže nový poloměr drátu s obalem $a' = 5{,}95$ cm. Je potom $b/a' = \vartheta' = 0{,}0336$, resp. $a'/b = K' \simeq 29{,}8$. Vypočítáme-li kořeny $\bar{y}^{(k)}$ rovnice (25), nalezneme, že jsou jen nepatrně odlišné od hodnot vypočítaných pro = 0,0345 (jistě méně než o 1/2 %), takže lze přibližně psát:

$$\lambda'_{mi} \simeq \frac{2\pi a'}{y^{(i-1)}} \sqrt{\varepsilon_r - 1}$$

anebo také (pro $a' \simeq a$):

$$\frac{\Delta\lambda_{mi}}{\lambda_{mi}} = \frac{a'}{a} - 1.$$

V našem případě je tedy relativní chyba 5,95/5,8 − 1 = 1,025 − 1 = = 0,025, t. j. + 2,5 %.

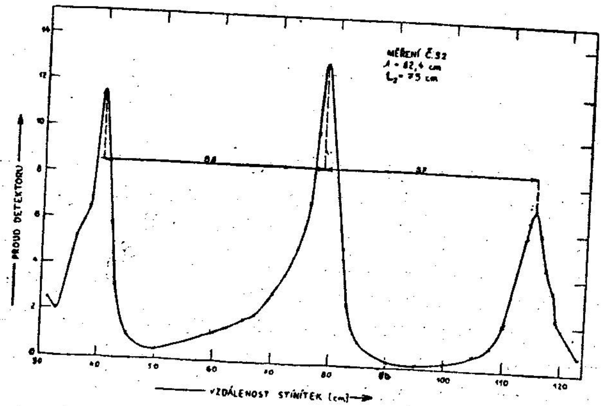
Pro velké hodnoty $\xi$ (velmi krátké vlny) lze v rovnicích (23) zanedbat $y^2$ vůči $\xi^2$ a je pak:

$$\frac{\lambda}{L} \simeq \sqrt{\varepsilon_r},$$

takže v této oblasti již veličina $a$ ovlivňuje jen velmi málo vlnové délky $L$. Je tedy zřejmé, že chyba způsobená zanedbáním vlivu stěn trubice je největší pro meznou vlnu a směrem ke kratším vlnám se zmenšuje. Uvážíme-li dále, že $\varepsilon_r$ použitého materiálu je ve skutečnosti asi 2,5 a nikoli 81, bude chyba ještě podstatně menší, než bylo odhadnuto, takže ji můžeme vůči ostatním chybám měření zanedbat.

## 10. Naměřené hodnoty a jejich rozbor

Hodnoty pro hlavní vlnu $TM_{01}$ souhlasí všude velmi dobře s vypočítanými hodnotami a objevují se při buzení vnější elektrodou a detekci dipólem na stativu u všech vlnových délek $\lambda$.



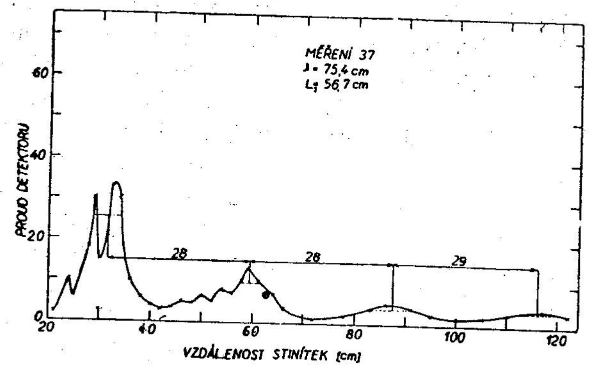

Obr. 9

V citované práci Š i m o n o v ě jsou vlnové délky příslušející vlně $TM_{01}$ nesprávně posuzovány jako „vodní vlny", t. j. elektromagnetické vlny v dielektriku (ve vodě). Je-li prostá délka $\lambda$, je vlnová délka těchto vln



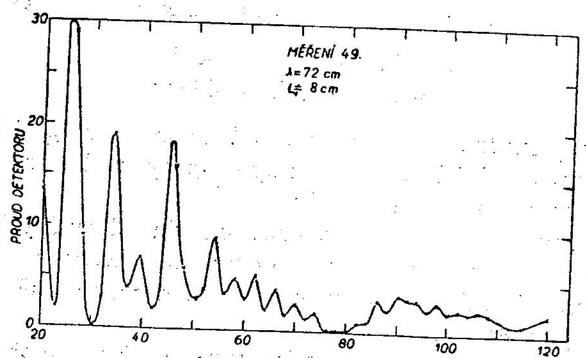
$L_{(H_2O)} = \frac{\lambda}{\sqrt{81}}$. V uvažovaném případě jsou hodnoty $L_{(H_2O)}$ velmi blízké hodnotám pro $TM_{01}$, fysikálně jde však o dva různé druhy vln. Kromě toho nelze vlnovou délku $L_{(H_2O)}$ nalézt vně vodního sloupce, neboť tam přísluší danému kmitočtu jiná vlnová délka (ve vzduchu je to délka $\lambda$). Je proto zřejmé, že nalezené hodnoty mohou příslušet jedině hlavní povrchové vlně.

Vedlejší vlny $TM_{02}$ lze velmi pěkně sledovat v oboru $\lambda \doteq 110$ až asi $\lambda \doteq 77$ cm. Zvláště výrazně lze pozorovat vznik vln těsně pod meznou




Obr. 10

vlnovou délkou. Při $\lambda \doteq 110$ cm je vlnění na vlnovodu velmi slabé a nelze nalézt výrazná maxima. Jakmile však $\lambda$ dosáhne hodnoty asi 108—110 cm, objeví se slabá maxima, která s klesající vlnovou délkou rychle sílí, aby při dosažení délky $\lambda \doteq 90$ cm začala opět slábnout a při $\lambda \doteq 75$ cm zmizela úplně v rušivých vlnách (obr. 9, 10, 11). Z počátku se zdálo, že je tento zjev způsoben chybou v uspořádání vlnovodu. Ale ani změny uspořádání




Obr. 11

budicí elektrody a vyladění pozounového vedení nepřinesly zlepšení. Jak bude uvedeno dále, měnil se změnou budicí elektrody jen charakter rušivých vln, ale žádané vlny se nepodařilo vyzdvihnout nad rušivou úroveň, jakmile prostá vlnová délka klesla asi pod 75 cm. Změna vyladění pozounového vedení měla vliv především na intensitu vlnění. To bylo ovšem možno očekávat, neboť se tím mění hlavně přizpůsobení impedance zdroje k impedanci vlnovodu.

V citované Šimonově práci se tvrdí, že vyladěním napájecího vedení lze vyzdvihnout žádanou vlnu nad rušivé. Jako doklad se uvádí obr. 2. Zvětšíme-li však obr. 2b asi dvojnásobně ve svislém směru, shledáme, že je skoro totožný s obr. 2c, takže jde spíše o optický dojem než o skutečné vyzdvižení žádané vlny. Poněkud příznivější je vztah mezi obr. 2a a 2b, nutno však uvážit, že v případě 2b je celková intensita vlnění větší než u 2a (lepší přizpůsobení). Je tedy zřejmě větší intensita pole a jelikož intensita vlnění je úměrná čtverci intensity pole, rostou přirozeně rychleji výchylky galvanometu v místě maxim než v okolí těchto (k detekci bylo použito detektoru, jehož charakteristika je zhruba kvadratická).

Pokud jde o obr. 3c citované práce, nutno si povšimnout, že je silně vyzdvižena prostá vlna. To lze vysvětlit jednak tím, že použitá vlnová délka již patří do oblasti, kde povrchová vlna vně vlnovodu slábne, takže je nutno značně zvětšit citlivost galvanometru. Tím se ale stává celé zařízení velmi citlivým vůči rušivým vlnám, z nichž jednou je právě prostá vlna, šířící se více-méně nepravidelně kolem trubice. Za druhé použil autor citované práce budicích elektrod (obr. 1), které v podstatě budí pole směřující napříč trubice, nikoli radiálně vzhledem k drátu. Při takovém uspořádání a vhodném naladění vzniká ovšem velké napětí na elektrodách, která má za následek silné rušivé pole prosté vlny vně vlnovodu. (Mechanismus vzniku žádaných povrchových vln je ostatně v tomto případě vysvětlitelný jen nesouměrností elektrod.)

Pro střední partii křivky typů $TM_{02}$ nalezl Šimon tyto vlny:

$$\lambda = 77{,}0 \text{ cm},\quad L_2 = 36 \text{ cm},$$
$$\lambda = 75{,}2 \text{ cm},\quad L_2 = 48 \text{ cm}.$$

Vedlejší vlna příslušná prosté vlně $\lambda = 75{,}2$ cm je o $^1/_3$ delší než vlna odpovídající prosté vlně 77 cm, ačkoli by měla být podstatně kratší, takže tyto dvě hodnoty nejsou dosti průkazné.

Rostoucí obtížnost rozlišení povrchových vln od rušivých při vlnách kolem 75 cm se podařilo vysvětlit, když byla stanovena pro daný případ theoretická závislost intensity pole v určitém místě vně vlnovodu na vlnové délce (obr. 4a, b).

Experimentálně byla závislost zjištěna tím způsobem, že při $\lambda = 100$ cm, kde se dalo očekávat nejsilnější vlnění, bylo nalezeno maximum (horní



stínidlo asi 51 cm od dolního) a pak byla měněna vlnová délka střídavě k větším a menším hodnotám, nalezeno vždy příslušné maximum (v okolí předcházejícího) a zaznamenána výchylka galvanometru. Vzhledem ke kvadratické charakteristice detektoru udávají nalezené výchylky poměrné intensity vlnění. Poměrné intensity pole byly nalezeny odmocněním. Byla provedena dvě měření, jedno je v obr. 4a označeno ⊙, druhé △ (dipól byl těsně u povrchu trubice). Naměřené relativní hodnoty radiální složky elektrické intensity jsou redukovány k theoretické křivce; měření ⊙ k theoretické hodnotě pro $\lambda = 105$ cm, měření △ k $\lambda = 102$ cm. Vzhledem k tomu, že nebyl po ruce generátor, který by byl dosti stabilní a prostý rušivých kmitů a vzhledem k tomu, že také nebylo možno danými prostředky měřit dosti přesně výstupní napětí, jsou uvedená měření jen velmi hrubá a silně kolísají. Přesto však se jasně jeví zánik vedlejší vlny nad meznou délkou. Směrem ke kratším vlnám slábne pole rychleji, než by odpovídalo theoretické hodnotě pro soustřeďování pole do vnitřního dielektrika. To lze vysvětlit vzrůstem útlumu při soustřeďování pole k drátu, čemuž nasvědčuje skutečnost, že s klesající vlnovou délkou roste poměr velikostí dvou po sobě následujících maxim ve směru rostoucí vzdálenosti stínítek.

Podobně je tomu u vedlejší vlny $TM_{03}$. Také zde je velmi ostře vyjádřena mezná vlnová délka (51,8 cm), nad kterou se objevují jen rušivé vlny. Směrem ke kratším vlnám ubývá opět intensity pole ve vnějším prostoru rychleji než podle theoretické křivky. Zjištěné vlnové délky souhlasí opět velmi dobře s vypočítanou křivkou. Pro vlnové délky $\lambda < 42$ cm nebylo již možno rozeznat $TM_{03}$ od vln rušivých (obr. 4b). Byla provedena 3 měření; první je označeno ⊙ a je redukováno k $\lambda = 50$ cm, druhé (△) je redukováno k $\lambda = 49{,}5$ cm a třetí (⊡) je redukováno k $\lambda = 50{,}6$ cm.

Konečně bylo provedeno několik měření pro vedlejší vlnu $TM_{04}$, která dosti dobře potvrzují počáteční partii theoretické křivky. Podrobnější měření nebylo možno provést vzhledem k nedostatku přístrojů.

Pro úplnost jsou v obr. 3 vyneseny také vlnové délky odpovídající zjištěným rušivým maximům. Vzájemná vzdálenost těchto maxim se vyznačuje dvěma různými hodnotami; jedna, získaná s budicím zařízením a) a s dipólem na stativu (vedení ke galvanometru vychází tangenciálním směrem) přimyká se dosti těsně k theoretické křivce $TE_{02}$ od $\lambda = 65$ cm až do $\lambda = 95$ cm. Druhá skupina hodnot, která byla získána když dipól byl upevněn axiálně kovovou trubkou na posuvném stínidle, nepřimyká se plynule k žádné z theoretických křivek. Sleduje zhruba křivku $L = 2\lambda/\sqrt{\varepsilon}$ (není zakreslena); v oblasti $\lambda = 78$ cm až 100 cm (t. j. v oblasti, kde se objevuje silná $TM_{02}$) mizí a objevuje se znovu u $\lambda = 100-105$ cm.

Z uvedeného vyplývá, že alespoň tento druhý druh hodnot je rušivého rázu a je pravděpodobně způsoben uspořádáním měřicího zařízení. Je zajímavý hlavně rozdíl způsobený upevněním a umístěním dipólu a skutečnost, že žádná z těchto vln se neobjevuje při buzení typu b). Ačkoli se některé naměřené hodnoty těsně přimykají ke křivce $TE_{02}$, přece jen by k bezpečnému jejímu prokázání bylo třeba nové úpravy budicí a detekční vzhledem k tomu, že nulové složky pole typu $TM$ jsou právě nenulové u typu $TE$ a naopak. (V ideálním případě by na př. dipól s podélnou osou v radiálním směru neměl vůbec zachytit vlnění $TE$.)

## 11. Měření intensity pole v závislosti na vzdálenosti od povrchu trubice

Theoretická křivka závislosti radiální složky intensity elektrického pole $E_r$, na vzdálenosti ($d$) od povrchu trubice je dána funkcí $H_0^{(1)\prime}$.

Experimentální ověření této křivky bylo provedeno při vlnových délkách $\lambda = 100$ cm a $\lambda = 50$ cm. Nejdříve bylo nalezeno maximum posouváním stínítek. V místě, kde se objevilo maximum, byl na trubici upevněn tenký motouz, který byl napnut přesně vodorovně. Vlnovod sám byl před tím nastaven podle olovnice do polohy svislé. Dřevěná tyčinka s měřicím dipólem byla upevněna na dřevěném stativu tak, aby podélná osa dipólu byla ve směru i ve výšce motouzu. Stativ byl při měření nařízen vždy tak, aby dipól stále postupoval podél motouzu. Délka dipólu byla 10 cm a vzdálenost od povrchu trubice byla měřena do středu dipólu.

Nalezené výsledky jsou sestaveny na obr. 5a ($\lambda = 100$ cm) a 5b ($\lambda = 50$ cm). Výchylky galvanometru byly po odmocnění redukovány k theoretické křivce pro $r = 30$ cm ($d = r - a = 24$ cm). Naměřené hodnoty jsou označeny $\triangle$. Souhlas s theoretickou křivkou je ve větší vzdálenosti od vlnovodu velmi dobrý, uvážíme-li, že při zkoumání pole prosté vlny v nepravidelně omezené laboratoři nalezneme vždy veliké množství maxim a minim intensity pole. Nalezená pravidelnost ubývání již sama o sobě je důkazem, že převážná část elektromagnetické energie je koncentrována ve vlnovodu a v jeho těsné blízkosti.

## 12. Závěr

Z výsledků měření vyšších vlnových typů na vodivém drátě s tlustou vrstvou dielektrika plynou tyto závěry:

1. Byly znovu bezpečně potvrzeny vedlejší vlny typu $TM_{02}$, které prvý experimentálně dokázal Šimon.
2. Byly bezpečně potvrzeny vedlejší vlny $TM_{03}$.
3. Byly nalezeny hodnoty nasvědčující, že existují také vedlejší vlny $TM_{04}$.
4. Nepodařilo se nalézt vlnové délky $L$, příslušné k strmým částem křivek pro jednotlivé typy.
5. Bylo prokázáno rostoucí soustřeďování elektromagnetického pole k ose vlnovodu při klesající vlnové délce a tím vysvětlena rostoucí obtížnost rozeznat správnou hodnotu vlnové délky $L$ od rušivých vln.
6. Bylo ukázáno, že mezné vlny jsou velmi ostře vyjádřeny.
7. Byla potvrzena theoreticky stanovená závislost intensity pole vně vlnovodu na vzdálenosti.
8. Bylo theoreticky ukázáno, že vedle vln $TM$ odvozených Záviškou mohou existovat také vlny typu $TE$. Tyto však nebyly dostatečně potvrzeny experimentálně, což nutno přisuzovat především tomu, že jim byla věnována pozornost teprve při celkovém vyhodnocování měření, kdy již nebylo možno provést další měření se zvláštním zřetelem k těmto vlnám.

Bylo provedeno celkem asi 160 měření. Jak bylo již uvedeno, byla zaznamenávána relativní intensita pole v závislosti na poloze posuvného stínítka. Hodnoty byly vynášeny bod za bodem. Ukázalo se, že v oblastech, kde pole povrchové vlny vně trubice je silné, lze theoretické zákonitosti sledovat velmi snadno. Jakmile se však pole silně soustředí dovnitř trubice, mizí hledaná maxima rychle v rušivém „pozadí" a zdá se, že ani při automatické registraci, jaké je použito v [14], nebyly by výsledky lepší než při uspořádání s primitivním dálkovým ovládáním, kterého bylo při měření použito.

Dosti velké potíže způsoboval použitý vysokofrekvenční generátor. Jeho výkon byl poměrně malý (asi 2—3 V na sedmdesátiohmovém kabelu), takže bylo nutno použít dosti těsné vazby na vlnovod. To však mělo ten následek, že posouváním stínítka se poněkud měnila frekvence vysilače (až o 1 %). V některých vlnových oblastech (na př. kolem $\lambda = 95$ cm) dával vysilač místo jediné frekvence celé široké spektrum. Také obsah harmonických kmitočtů se projevoval dosti rušivě; na př. při vlnové délce $\lambda = 68{,}2$ cm se objevila velmi výrazná maxima odpovídající vlnové délce 34,25 cm. Při bližším průzkumu se ukázalo, že na výstupu vysilače byla velmi silná složka 2. harmonické frekvence.

Vyslovuji zde svůj dík prof. Dr V. P e t r ž í l k o v i za jeho cenné rady, které mi poskytl při volbě thematu této práce a při stanovení pracovního programu a Dr Č. M u z i k á ř o v i za četné kritické připomínky. Vyslovuji rovněž svůj dík doc. Dr E. K l i e r o v i za jeho připomínky k rozboru výsledků měření.

*Astronomický ústav ČSAV,*
*observatoř, Ondřejov*

Literatura

[1] Sommerfeld A., Ann. Phys. u. Chemie (Neue Folge), **67**-1, 283, 1899.
[2] Harms F., Ann. Phys. **23**, 44—60, 1907.
[3] Weiss, Ann. Phys. **28**, 651, 1909.
[4] Hondros D., Debye P., Ann. Phys. **32**, 455, 1910.
[5] Schriever O., Ann. Phys. **63**, 645, 1920.
[6] Goubau G., Jour. Appl. Phys. **21**, 1119—1128, 1951.
[7] Zachoval L., Rozpr. čes. akad. II. tř. 42, 1932, 34.
[8] Kašpar E., Čas. J. čm. f. **62**, 40, 1933.
[9] Liška J., Čas. J. čm. f. **63**, 97, 1934.
[10] Láska St., Čas. J. čm. f. **66**, 224, 1937.
[11] Rotman W., Proc. IRE, 952-59, srpen 1951.
[12] Vasiljev—Lopuchin, ŽTF **21**, 5, 527—531, 1951.
[13] Záviška F., Věst. král. čes. spol. nauk 1934.
[14] Šimon I., Čas. J. č. m. f. **71**, 91, 1946.
[15] Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw—Hill, New York 1941.
[16] Jahnke—Emde, Tables of Functions; vyd. Dover Publications, New York 1945.


## ВОЛНЫ НА ПРОВОЛОКЕ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ


Й. БУДЕИЦКИЙ


### ВЫВОДЫ


В работе экспериментальным путём исследованы электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль проводящей проволоки с диэлектрической оболочкой. Найдены высшие типы волн, именно поперечные магнитные волны (ТМ), существование которых теоретически путём вывел уже Завишка [13] и экспериментально отчасти подтвердил Шимон [14]. Работа является пополнением и расширением опытов Шимона с применением более совершенного экспериментального оборудования.